

备战 2025 高考数学考前必备 2——公式必记

第一章 集合



1、有限集合子集个数：子集个数： 2^n 个，真子集个数： $2^n - 1$ 个；

2、集合里面重要结论：

$$\textcircled{1} A \cap B = A \Rightarrow A \subseteq B; \textcircled{2} A \cup B = A \Rightarrow B \subseteq A; \textcircled{3} A \Rightarrow B \Leftrightarrow A \subseteq B \quad \textcircled{4} A \Leftrightarrow B \Leftrightarrow A = B$$

3、同时满足求交集，分类讨论求并集

4、集合元素个数公式： $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

第二章 函数



5、几个近似值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \pi \approx 3.142, e \approx 2.718$

6、分数指数幂公式： $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$

7、对数换底公式： $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}; \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

8、单调性的快速法：①.增+增→增；增—减→增；②.减+减→减；减—增→减；

③.乘正加常，单调不变；④.乘负取倒，单调不变；

9、奇偶性的快速法：①.奇±奇→奇；偶±偶→偶；

②.奇×(÷)奇→偶；偶×(÷)偶→偶；奇×(÷)偶→奇；

10、函数的切线方程： $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

11、函数有零点 $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x)_{\min} \leq 0 \\ f(x)_{\max} \geq 0 \end{cases}$

12、函数无零点 $\Leftrightarrow f(x)_{\max} < 0$ 或 $f(x)_{\min} > 0$

13、函数周期性： $f(a+x) = f(b+x)$ 的周期 $T = |b-a|$ ；

14、函数对称性： $f(a+x) = f(b-x)$ 的对称轴 $x = \frac{a+b}{2}$ ；

15、抽象函数对数型：若 $f(xy) = f(x) + f(y)$ ，则 $f(x) = \log_a x$ ；

- 16、抽象函数指数型：若 $f(x+y) = f(x)f(y)$ ，则 $f(x) = a^x$ ；
- 17、抽象函数正比型：若 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ ，则 $f(x) = kx$ ；
- 18、抽象函数一次型：若 $f'(x) = c$ ，则 $f(x) = cx + b$ ；
- 19、抽象函数导数型：若 $f'(x) = f(x)$ ，则 $f(x) = ke^x$ 或 $f(x) = 0$ ；
- 20、两个重要不等式：
$$\begin{cases} e^x \geq x+1 \\ \ln x \leq x-1 \end{cases} \Rightarrow \ln(x+1) \leq x \leq e^x - 1 \text{ (当且仅当 } x=0 \text{ 时 “=” 成立)}$$
- 21、洛必达法则：
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ (当 } \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ 或 } \frac{\infty}{\infty} \text{ 时使用)}$$
- 22、恒成立问题：
 (1) $a \geq f(x) \Leftrightarrow a \geq f(x)_{\max}$
 (2) $a < f(x) \Leftrightarrow a < f(x)_{\min}$
- 23、证明 $f(x) > g(x)$ 思路：思路 1：(1) $h(x) = f(x) - g(x) \Leftrightarrow h(x) > 0$ （常规首选方法）
 思路 2： $f(x)_{\min} > g(x)_{\max}$ （思路 1 无法完成）

第三章 数列



- 24、等差数列通项公式： $a_n = a_1 + (n-1)d$
- 25、等差数列通项公式： $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$
- 26、等比数列通项公式： $a_n = a_1q^{n-1}$
- 27、等比数列通项公式： $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1 + a_nq}{1-q}$
- 28、等差数列的性质：若 $m+n = p+q$ ，则 $a_m + a_n = a_p + a_q$
- 29、等比数列的性质：若 $m+n = p+q$ ，则 $a_ma_n = a_pa_q$
- 30、等差中项：若 a, A, b 成等差数列，则 $2A = a + b$
- 31、等比中项：若 a, G, b 成等比数列，则 $G^2 = ab$
- 32、裂项相消法 1：若 $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ，则有 $T_n = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$
- 33、裂项相消法 2：若 $\frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right)$ ，则有 $T_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right)$

34、裂项相消法 3: 若 $\frac{1}{a_{n+1}a_n} = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n+1}} \right)$, 则有 $T_n = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{n+1}} \right)$

35、裂项相消法 4: 若 $\frac{1}{(2n+1)(2n-1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$, 则有 $T_n = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right)$

36、错位相减法求和通式: $T_n = \frac{a_1 b_1}{1-q} + \frac{dq(b_1 - b_n)}{(1-q)^2} - \frac{a_n b_n q}{1-q}$

第四章 三角函数



37、三角函数的定义: 正弦: $\sin \alpha = \frac{y}{r}$; 余弦: $\cos \alpha = \frac{x}{r}$; 正切: $\tan \alpha = \frac{y}{x}$; 其中: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

38、诱导公式: π 倍加减名不变, 符号只需看象限; 半 π 加减名要变, 符号还是看象限。

39、和差公式: ① $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ (伞科科伞, 符号不反)

② $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$ (科科伞伞, 符号相反)

③ $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$ (上同下相反)

40、二倍角公式: ① $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

② $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$

③ $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

41、降幂公式: ① $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2}$ ② $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ ③ $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$

42、辅助角公式: $a \sin wx + b \cos wx = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(wx + \varphi)$. ($\tan \varphi = \frac{b}{a}$, $a > 0$)

43、正弦定理: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

44、余弦定理: ① $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

② $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \Leftrightarrow b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$

$$\textcircled{3} \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

45、三角形最值原理：三角形中一个角及其对边已知时、另外两边或两角相等时周长取得最小值，面积取得最大值；

第五章 向量



46、向量加法的作图：上终下起，中间消去； $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

47、向量减法的作图：起点相同，倒回来读； $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$

48、向量平行的判定：(1)向量法： $\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} = \lambda \vec{a}$ ；(2)向量法： $\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$

49、向量垂直的判定：(1)向量法： $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ；(2)向量法： $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$

50、向量的数量积公式：(1)向量法： $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$ ；(2)向量法： $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2$

51、向量的夹角公式：(1)向量法： $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$ ；(2)向量法： $\cos \theta = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$

52、 \vec{a} 方向上的单位向量：(1)向量法： $\vec{e} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ ；(2)向量法： $\vec{e} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \left(\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}, \frac{y_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} \right)$

53、证明 A、B、C 三点共线两种方法：(1)两个向量 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 共线且有一个公共点 A；

$$(2) \overrightarrow{PA} = x \overrightarrow{PB} + y \overrightarrow{PC} (x + y = 1)$$

第六章 立体几何



54、线线角向量法公式： $\cos \theta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$

55、线面角：(1)向量法公式： $\sin \theta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{m}|}{|\vec{a}| |\vec{m}|}$ ；(2)几何法公式： $\sin \theta = \frac{h_x}{a}$

56、二面角：(1)向量法公式： $\cos \theta = \pm \frac{|\vec{m} \cdot \vec{n}|}{|\vec{m}| |\vec{n}|}$ ；(2)几何法公式： $\cos \theta = \frac{S_{\text{射影}}}{S_{\text{原图}}}$

57、点面距：(1)向量法公式： $h_x = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{AB}|}{|\vec{m}|}$ ；(2)几何法公式： $h_x = \frac{S_1 h_1}{S_2}$

58、多面体的内切球半径： $r = \frac{3V}{S_1 + S_2 + \cdots + S_n}$

59、长方体的外接球半径： $2R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

60、直棱锥的外接球半径：
$$\begin{cases} R^2 = r^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 \\ 2r = \frac{a}{\sin A} \end{cases}$$

61、正棱锥的外接球半径：
$$\begin{cases} R^2 = r^2 + (h - R)^2 \\ 2r = \frac{a}{\sin A} \end{cases}$$

62、正三角形的性质：高： $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ ，面积： $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

63、正三角形与圆：内切圆半径： $r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$ ，外接圆半径： $R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$ ，且 $\frac{R}{r} = \frac{2}{1}$

64、正四面体的高：斜高： $h_{\text{斜}} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ ，正高： $h_{\text{正}} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$

65、正四面体与球：内切球半径 r ，外接球半径 R ，且 $\frac{R}{r} = \frac{3}{1}$ 且 $r + R = h_{\text{正}}$

第七章 解析几何



66、圆的定义：若 $PA \perp PB$ ，则 P 的轨迹为以 AB 为直径的圆

67、椭圆的定义：若 $PF_1 + PF_2 = 2a (2a > |F_1F_2|)$ ，则 P 的轨迹为以 F_1F_2 为焦点， $2a$ 为长轴的椭圆

68、双曲线的定义：若 $|PF_1| - |PF_2| = 2a (2a < |F_1F_2|)$ ，则 P 的轨迹为以 F_1F_2 为焦点， $2a$ 为实轴的双曲线

70、抛物线的定义：到定点 $F(\frac{p}{2}, 0)$ 和到定直线： $x = -\frac{p}{2}$ 的距离相等的点 P 的轨迹为为双曲线

71、直线的纵斜截式方程： $y = kx + b$ ；直线过 y 轴上点为 $B(0, b)$ 且不竖直于 x 轴

72、直线的横斜截式方程： $x = my + a$ ；直线过 x 轴上点为 $A(a, 0)$ 且不平行于 x 轴

73、直线平行： $l_1 // l_2 \Leftrightarrow k_1 = k_2 (b_1 \neq b_2)$ ；或 $A_1B_2 - A_2B_1 = 0$

74、直线垂直： $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1 k_2 = -1$ ；或 $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$

75、点点距公式： $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

76、点线距公式： $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

77、线线距公式： $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

78、点差法的斜率公式： $k_{\text{椭}} = -\frac{b^2 x_0}{a^2 y_0}$, $k_{\text{双}} = \frac{b^2 x_0}{a^2 y_0}$, $k_{\text{抛}} = \frac{p}{y_0}$

79、通用弦长公式： $l = \sqrt{1 + k^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2}$, $l = \sqrt{(1 + \frac{1}{k^2})[(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2]}$

80、圆的弦长公式： $l = 2\sqrt{r^2 - d^2}$

81、焦半径公式（带坐标）：

(1)椭圆中： $|MF| = a \pm ex_0$; (2)双曲线： $|MF| = ex_0 \pm a$; (3)抛物线： $|MF| = x_0 + \frac{p}{2}$

82、焦半径公式（倾斜角）：

(1)椭圆中： $\frac{b^2}{a(1 \pm e \cos \alpha)}$; (2)双曲线： $\frac{b^2}{a(1 \pm e \cos \alpha)}$; (3)抛物线： $\frac{p}{1 \pm \cos \alpha}$

83、焦点弦公式（倾斜角）：

(1)椭圆中： $\frac{2b^2}{a(1 - e^2 \cos^2 \alpha)}$; (2)双曲线： $\frac{2b^2}{a(1 - e^2 \cos^2 \alpha)}$; (3)抛物线： $\frac{2p}{\sin^2 \alpha}$

80、抛物线的焦点弦长： $l = x_1 + x_2 + p = \frac{2k^2 + 2}{k^2} p = \frac{2p}{\sin \alpha}$

81、椭圆的焦点三角形面积： $S_{\triangle F_1 P F_2} = b^2 \tan \frac{\theta}{2}$

82、双曲线焦点三角形面积： $S_{\triangle F_1 P F_2} = b^2 \cot \frac{\theta}{2}$

83、双曲线的焦渐距为： b (虚半轴)

84、椭圆的离心率公式： $e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

85、双曲线的离心率公式： $e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + k_{\text{渐}}^2}$

86、圆锥曲线的离心率公式： $|e \cos \alpha| = \frac{|\lambda - 1|}{|\lambda + 1|}$

87、椭圆、双曲线通径公式： $|PQ| = \frac{2b^2}{a}$

88、抛物线的通径公式： $|PQ|=2p$

89、抛物线焦点弦圆：以抛物线焦点弦为直径的圆必与准线相切；

90、抛物线焦点弦性质： $\frac{1}{|AF|} + \frac{1}{|BF|} = \frac{2}{p}$ ，

91、抛物线焦点直线的韦达定理： $x_1x_2 = \frac{p^2}{4}$, $x_1 + x_2 = \frac{k^2 + 2}{k^2}p$, $y_1y_2 = -p^2$, $y_1 + y_2 = \frac{2p}{k}$

92、解析几何中的向量问题： $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = x_1x_2 + y_1y_2$, $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$

93、向量与夹角问题：(1) $\angle AOB$ 钝角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} < 0$;

(2) $\angle AOB$ 锐角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} > 0$;

(3) $\angle AOB$ 直角 ($OA \perp OB$) $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$

94、向量与圆的问题： P 与以 AB 为直径的圆的位置关系：

(1) P 在圆内： $\angle APB$ 钝角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} < 0$;

(2) P 在圆上： $\angle APB$ 直角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$;

(3) P 在圆外： $\angle APB$ 锐角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} > 0$;

95、坐标轴平分角问题： $k_1 = -k_2 \Leftrightarrow k_1 + k_2 = 0$

第八章 概率统计



96、频方图的频率 = 小矩形面积： $f_i = S_i = y_i \times d = \frac{n_i}{N}$ ；频率 = 频数 / 总数

97、频方图的频率之和： $f_1 + f_2 + \cdots + f_n = 1$ ；同时 $S_1 + S_2 + \cdots + S_n = 1$ ；

98、频方图的众数：最高小矩形底边的中点。

99、频方图的平均数： $\bar{x} = x_{\text{中}1}f_1 + x_{\text{中}2}f_2 + x_{\text{中}3}f_3 + \cdots + x_{\text{中}n}f_n$

$\bar{x} = x_{\text{中}1}S_1 + x_{\text{中}2}S_2 + x_{\text{中}3}S_3 + \cdots + x_{\text{中}n}S_n$

100、频方图的中位数：从左到右或者从右到左累加，面积等于 0.5 时 x 的值。

101、频方图的方差： $s^2 = (x_{\text{中}1} - \bar{x})^2 f_1 + (x_{\text{中}2} - \bar{x})^2 f_2 + \cdots + (x_{\text{中}n} - \bar{x})^2 f_n$

102、古典概型公式： $P(A) = \frac{n_A}{n_\Omega}$

103、几何概型公式： $P(A) = \frac{l_A}{l_\Omega} = \frac{S_A}{S_\Omega} = \frac{V_A}{V_\Omega}$

104、常见的排列问题： 任职问题、数字问题、排队照相问题、逐个抽取问题

105、排列公式： $A_n^m = n(n-1)\cdots(n-m+1)$

106、常见的组合问题： 产品抽查问题、一次性抽取问题

107、组合公式： $C_n^m = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m(m-1)\cdots 3 \times 2 \times 1}$

108、均值公式： $E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \cdots + x_n p_n$

109、方差公式： $D(X) = [x_1 - E(x)]^2 p_1 + [x_2 - E(x)]^2 p_2 + \cdots + [x_n - E(x)]^2 p_n$

110、互斥事件概率公式： $P(A+B) = P(A) + P(B)$

111、对立事件概率公式： $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

112、独立事件概率公式： $P(AB) = P(A)P(B)$

113、独立事件至少有一个发生概率公式： $P(A+B) = 1 - P(\bar{A}\bar{B})$

114、超几何分布的概率公式： $P(x=k) = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$

115、二项分布的概率公式： $P(x=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

116、二项分布的均值： $E(X) = np$ ；**方差：** $D(X) = np(1-p)$ 。