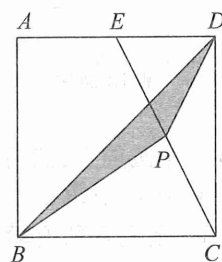


29 2021 年某 GX 一中 入学数学真卷(八)

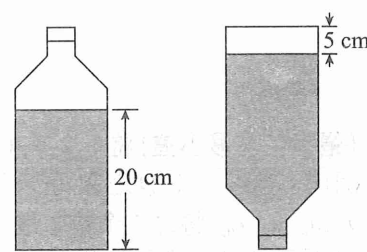
(满分:100 分 时间:70 分钟)

一、认真填一填(每小题 3 分,共 30 分)

- (经济问题)互联网“微商”经营已经成为大众创业的一种新途径,某互联网平台上一件商品的标价为 200 元,按标价打六折出售,仍可获利 20%,这件商品的进价是_____元。
- (分解质因数)一个非零整数 a 与 7920 的积是一个完全平方数,则 a 的最小值为_____。
- (正方体展开图)如图是正方体的展开图,则原正方体相对两个面上的数字之和的最小值是_____。
- (年龄问题)今年爸爸和女儿的年龄和是 44 岁,10 年后,爸爸的年龄是女儿的 3 倍,今年女儿是_____岁。
- (长方体体积)一个长方体,底面是正方形,如果把它的高截短 6 厘米,表面积减少 120 平方厘米,那么体积应减少_____立方厘米。
- (平均数)10 个同学的数学成绩均不相等,若去掉一个最高分,其余同学的平均成绩是 88 分;若去掉一个最低分,其余同学的平均成绩是 91 分,则最高分与最低分的差为_____分。
- (底高模型)如图,已知边长为 8 的正方形 $ABCD$, E 为 AD 的中点, P 为 CE 的中点, $\triangle BDP$ 的面积是_____。



第 7 题图



第 8 题图

- (等积转换)如图,有一种饮料瓶的瓶身呈圆柱形(不包括瓶颈),瓶子的容积为 400 立方厘米,现在瓶中装有一些饮料,正放时,液体高 20 厘米,倒放时空余部分高 5 厘米,则瓶内饮料的体积为_____立方厘米。
- (数列找规律)下面是一串有规律的数: $1, \frac{3}{2}, \frac{8}{5}, \frac{21}{13}, \frac{55}{34}, \dots$ 从左至右,这串数中的第 7 个数是_____。

- (行程问题)在一条公路上汽车 A, B, C 分别以每小时 80 千米、60 千米、40 千米的速度行驶,汽车 A 从甲站开往乙站,同时汽车 B, C 从乙站出发与 A 相向而行开往甲站,途中车 A 与车 B 相遇后两小时再与车 C 相遇,甲、乙两站距离_____千米。

二、细心算一算(共 30 分)

- 计算(每小题 5 分,共 20 分)

$$(1) 3\frac{4}{7} - 1\frac{3}{8} + 2\frac{3}{7} - 1.625$$

$$(2) 1 \div \left[\left(\frac{1}{3} + \frac{5}{6} \right) \div \frac{5}{12} \right]$$

$$(3) \left[\frac{7}{10} - \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5} \times 50\% \right) \right] \div \frac{16}{7}$$

$$(4) 2\frac{7}{20} + \left[5\frac{3}{4} - \left(20\% + \frac{1}{3} \right) \times 4.5 \right]$$

- 解方程(每小题 5 分,共 10 分)

$$(1) \frac{1}{4}x = 3 - \frac{1}{2}x$$

$$(2) \frac{1}{5}x - \frac{1}{2} \times (3 - 2x) = 1$$

三、用心想一想(共 28 分)

- (分段计费)中国北部地区严重缺水,节约用水是美德,某地生活用水收费标准规定如下:

用水数 x (吨)	不超过 7 吨	超过 7 吨而不超过 10 吨	超过 10 吨
价格/(元/吨)	2.4	3.2	3.6

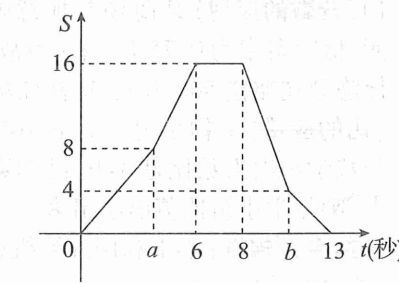
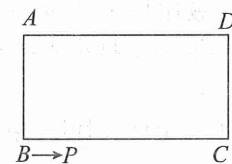
已知大伟家在本月应交水费 33.6 元,算一算他家这个月用了多少吨水?(8 分)

- (水管问题)一个水池,有甲、乙两根注水管,下面有丙管放水,水池空时单开甲管 5 分钟可以注满,单开乙管 10 分钟可以注满。水池装满后,单开丙管 15 分钟可以将水放完。如果水池空时,将甲、乙、丙三管齐开,2 分钟后关闭乙管,还要几分钟可以注满水池?(10 分)

- (多次相遇) A, B 两地相距 13.5 km,甲、乙两人分别从 A, B 同时出发,各在 A, B 间往返一次,甲比乙先回到出发地,两人第一次在 C 处相遇,第二次在 D 处相遇,从出发到两人第二次相遇经过的时间为 3 小时 20 分钟, C, D 两处相距 3 km,求甲、乙两人的速度。(10 分)

四、勇敢闯一闯(共 12 分)

- (动点问题)如图,在长方形 $ABCD$ 中,点 P 沿着四边按 $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 方向运动,点 P 运动到点 A 时停止运动,开始以每秒 m 个单位匀速运动, a 秒后变为每秒 2 个单位匀速运动, b 秒后恢复原速匀速运动。在运动过程中, $\triangle ABP$ 的面积 S 与运动时间 t 之间的关系如下图所示。



第 16 题图

- 长方形 $ABCD$ 的长 BC = _____, 宽 CD = _____。
- m = _____, a = _____, b = _____。
- 当 $S = 10$ 时,则运动的时间 t = _____。

一、1. 100 【解析】可设该商品的进价为“1”，则售价是进价的 $1 \times (1 + 20\%) = 1.2$ ，售价为 $200 \times 0.6 = 120$ (元)，那么进价为 $120 \div 1.2 = 100$ (元)。

2. 55 【解析】 $7920 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11 = 2^4 \times 3^2 \times 5 \times 11$ ，要使得 $7920 \times a$ 是一个完全平方数，那么

分解出的质因数个数必须是偶数个，而 7920 分解质因数后 5、11 各有 1 个，所以与之相乘的 a 至少含有 1 个因数 5 和 1 个因数 11，即 a 最小为 $5 \times 11 = 55$ 。

3. 6 【解析】由正方体展开图可得，1 与 5 相对，和为 6；2 与 6 相对，和为 8；3 与 4 相对，和为 7。故相对两个面上的数字之和的最小值是 6。

4. 6 【解析】10 年后，爸爸与女儿的年龄和为 $44 + 10 \times 2 = 64$ (岁)，此时把女儿的年龄看作 1 份，则爸爸的年龄就是 3 份，所以 10 年后女儿的年龄为 $64 \div (3 + 1) = 16$ (岁)，那么今年女儿的年龄为 $16 - 10 = 6$ (岁)。

【考点 36】年龄问题

通常以和倍、差倍、和差等问题的形式出现。解答年龄问题，要灵活运用以下三条规律：①无论是哪一年，两人的年龄差总是不变的。②随着时间的向前或向后推移，两人的年龄总是同时增加(减少)相同的岁数。③随着时间的变化，两人年龄之间的倍数关系也会发生变化。

年龄问题是一种“差不变”的问题，解题时要善于利用差不变的特点。

5. 150 【解析】高截短 6 厘米后，减少的面积为 4 个长方形的面积，因为底面是正方形，所以这 4 个长方形形状完全相同，故一个长方形的面积为 $120 \div 4 = 30$ (平方厘米)，正方形底面边长为 $30 \div 6 = 5$ (厘米)。所以长方体体积减少了 $5 \times 5 \times 6 = 150$ (立方厘米)。

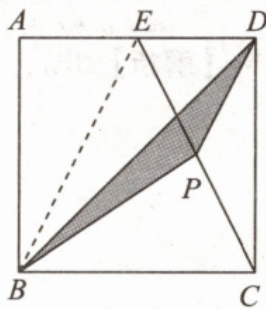
6. 27 【解析】设这 10 个同学中最高分为 a 分，最低分为 b 分，则 $88 \times (10 - 1) - b$ 为中间 8 个同学的分之和， $91 \times (10 - 1) - a$ 为中间 8 个同学的分之和，两者相等，即 $88 \times (10 - 1) - b = 91 \times (10 - 1) - a$ ，化简得 $a - b = 27$ (分)。

7. 8 【解析】如图，连接 BE ，可知 $BE \parallel DP$ ，则 $\triangle BDP$ 与 $\triangle EDP$ 同底等高，所以两个三角形面积相等，又因为点 P 为 CE 中点，所以 $\triangle EDP$ 的面积为 $\triangle CDE$ 面积的一半，

$$S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times AD \times CD = \frac{1}{4} \times 8$$

$$\times 8 = 16, S_{\triangle EDP} = S_{\triangle BDP} = \frac{1}{2} S_{\triangle CDE}$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 = 8。$$



第 7 题图

8. 320 【解析】设圆柱形瓶底的面积为 S 平方厘米,那么饮料的体积可以表示为 $20S$ 立方厘米,倒放时,空余部分的体积可以表示为 $5S$ 立方厘米,根据正放和倒放时瓶子中的空余部分体积相等,则 $20S + 5S = 400$,解得 $S = 16$,所以饮料的体积为 $20 \times 16 = 320$ (立方厘米)。

9. $\frac{377}{233}$ 【解析】把第一个数 1 写成分数形式 $\frac{1}{1}$,则原来的这串数可以写成:

$\frac{1}{1}, \frac{3}{2}, \frac{8}{5}, \frac{21}{13}, \frac{55}{34} \dots$ 观察发现:从第二个分数开始,分母上的数等于前面分数的分子与分母之和,而分子上的数等于它的分母上的数与前面分数

分子上的数之和。依此规律,第 6 个数为 $\frac{55+34+55}{55+34} =$

$\frac{144}{89}$,第 7 个数为 $\frac{144+89+144}{144+89} = \frac{377}{233}$ 。

10. 1680 【解析】由题知, A 车和 B 车相遇时, C 车落后于 B 车,而在经过 2 小时后 A 车、 C 车相遇,即 A 车、 C 车相距的路程为 $(80+40) \times 2 = 240$ (千米),240 千米也就是 C 车落后于 B 车的路程,因为 B 车、 C 车是同向而行,则相距 240 千米经过了 $240 \div (60 - 40) = 12$

(小时),这 12 小时也是 A 车、 B 车的相遇时间,则甲、乙两站相距 $(80+60) \times 12 = 1680$ (千米)。

$$\begin{aligned} \text{二、11. 【解析】(1) 原式} &= 3\frac{4}{7} - 1\frac{3}{8} + 2\frac{3}{7} - 1\frac{5}{8} \\ &= \left(3\frac{4}{7} + 2\frac{3}{7}\right) - \left(1\frac{3}{8} + 1\frac{5}{8}\right) \\ &= 6 - 3 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 原式} &= 1 \div \left[\left(\frac{1}{3} + \frac{5}{6}\right) \times \frac{12}{5}\right] \\ &= 1 \div \left[\frac{7}{6} \times \frac{12}{5}\right] \\ &= 1 \times \frac{5}{14} \\ &= \frac{5}{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3) 原式} &= \left[\frac{7}{10} - \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5} \times \frac{1}{2}\right)\right] \times \frac{7}{16} \\ &= \left[\frac{7}{10} - \frac{3}{10}\right] \times \frac{7}{16} \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{7}{16} \\ &= \frac{7}{40} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \text{原式} &= 2 \frac{7}{20} + \left[5 \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right) \times \frac{9}{2} \right] \\
 &= 2 \frac{7}{20} + \left[5 \frac{3}{4} - \frac{8}{15} \times \frac{9}{2} \right] \\
 &= 2 \frac{7}{20} + 3 \frac{7}{20} \\
 &= 5 \frac{7}{10}
 \end{aligned}$$

$$12. (1) \quad \frac{1}{4}x = 3 - \frac{1}{2}x$$

$$\text{解: } \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x = 3$$

$$\frac{3}{4}x = 3$$

$$x = 4$$

$$(2) \quad \frac{1}{5}x - \frac{1}{2} \times (3 - 2x) = 1$$

$$\text{解: } \frac{1}{5}x - \frac{3}{2} + x = 1$$

$$\frac{6}{5}x = 1 + \frac{3}{2}$$

$$\frac{6}{5}x = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{25}{12}$$

三、13. 【解析】 $2.4 \times 7 = 16.8$ (元), $3.2 \times (10 - 7) = 9.6$ (元), 超过 10 吨的部分水费: $33.6 - (16.8 + 9.6) = 7.2$ (元), 超过的这部分用水量: $7.2 \div 3.6 = 2$ (吨), 这个月的用水量: $10 + 2 = 12$ (吨)。他家这个月用了 12 吨水。

14. 【解析】设这池水的总储水量为单位“1”, 甲管的工作效率: $1 \div 5 = \frac{1}{5}$, 乙管的工作效率: $1 \div 10 = \frac{1}{10}$, 丙管的工作效率: $1 \div 15 = \frac{1}{15}$ 。甲、乙、丙三管合作 2 分钟完成的工作量: $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{15} \right) \times 2 = \frac{7}{15}$, 剩下的工作量由甲、丙两管合作完成, 需要的时间: $\left(1 - \frac{7}{15} \right) \div \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{15} \right) = 4$ (分钟)。还要 4 分钟可以注满水池。

15. 【解析】设甲、乙两人第一次相遇时,甲行的路程为 x 千米,则甲、乙第二次相遇时,甲行的总路程为 $3x$ 千米,根据题意可列出方程: $3x = 13.5 + (13.5 - x) + 3$,解得 $x = 7.5$,即甲、乙第一次相遇时,甲行 7.5 千米,乙行 $13.5 - 7.5 = 6$ (千米),3 小时 20 分 $= 3\frac{1}{3}$ 小时,甲、乙合走一个全程需要的时间为 $3\frac{1}{3} \div 3 = \frac{10}{9}$ (小时),故甲的速度为 $7.5 \div \frac{10}{9} = 6.75$ (千米/时),乙的速度为 $6 \div \frac{10}{9} = 5.4$ (千米/时)。

【点拨】第一次相遇,甲、乙两人合走 1 个全程(A 、 B 之间的距离),第二次相遇,甲、乙两人合走 3 个全程。可以用路程的关系求出第一次相遇时甲行的路程,根据甲、乙合走一个全程的时间,求出甲的速度,进而求出乙的速度。

- 四、16. (1) 8 4 【解析】由题可知,在 6~8 秒时,点 P 在 CD 上运动,且速度为每秒 2 个单位长度,故 CD 的长为 $(8 - 6) \times 2 = 4$, $AB = CD = 4$,6 秒时, $\triangle ABP$ 的面积为 16,即 $\frac{1}{2} \times AB \times BC = 16$,将 $AB = 4$ 代入,解得 $BC = 8$ 。

(2) 1 4 11 【解析】 a 秒时, $\triangle ABP$ 的面积为 8,即 $\frac{1}{2} \times AB \times BP = 8$,将 $AB = 4$ 代入,解得 $BP = 4$,此时 $CP = 8 - 4 = 4$;点 P 走 CP 这段路程用时 $4 \div 2 = 2$ (秒),故 $a = 6 - 2 = 4$ (秒),原来速度 $m = 4 \div 4 = 1$; b 秒时, $\triangle ABP$ 的面积为 4,即 $\frac{1}{2} \times AB \times AP = 4$,将 $AB = 4$ 代入,解得 $AP = 2$,此时点 P 还需 $2 \div 1 = 2$ (秒)到达点 A ,故 $b = 13 - 2 = 11$ 。

(3) 4.5 秒或 9.5 秒 【解析】 $\triangle ABP$ 的面积 $S = 10$ 时,有两种情况:①当点 P 在 BC 上时,此时 $\frac{1}{2} \times AB \times BP = 10$,将 $AB = 4$ 代入,解得 $BP = 5$,由(2)可知,4 秒后点 P 运动速度变为每秒 2 个单位长度,所以点 P 的运动时间 $t_1 = 4 \div 1 + (5 - 4) \div 2 = 4.5$ (秒);②当点 P 在 AD 上时,此时 $\frac{1}{2} \times AB \times AP = 10$,将 $AB = 4$ 代入,解得 $AP = 5$,由(2)可知,11 秒后点 P 运动速度变为每秒 1 个单位长度, AP 这段路程需要的时间为 $(5 - 2) \div 2 + 2 \div 1 = 3.5$ (秒),所以点 P 的运动时间 $t_2 = 13 - 3.5 = 9.5$ (秒)。

【点拨】(1)(2)由题图得, a 秒时,点 P 的速度发生了变化;6秒时,点 P 到达 C 点,6~8秒,点 P 在 CD 上运动;8秒时,点 P 到达 D 点; b 秒时,点 P 恢复原来的速度;13秒时,点 P 到达 A 点。根据 $\triangle ABP$ 的面积来计算线段长度。(3) $\triangle ABP$ 的面积为10有两种情况,需要分情况讨论。