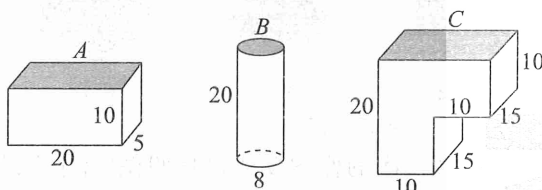


③0 2021 年某 GX 一中入学数学真卷(九 A)

(满分:120 分 时间:90 分钟)

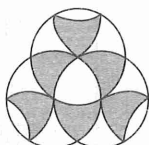
一、填一填(每小题 3 分,共 33 分)

1. (比较大小) 如果 $a + \frac{6}{5} = b + \frac{7}{6} = c + \frac{8}{7} = d + \frac{9}{8}$, 那么 a, b, c, d 四个数中最小的数是_____。
2. (归一归总) 一款小排量轿车每百公里耗油 6 升, 另一款大排量轿车每百公里耗油 10 升, 两辆轿车同样行驶 30 千米的路程, 小排量轿车比大排量轿车节省燃油_____升。
3. (平均数与近似数) 有 31 个奇数的平均数, 保留一位小数是 15.9, 如果保留两位小数是_____。
4. (数字问题) 有一个三位数, 它等于去掉它的首位数字之后剩下的两位数的 7 倍与 66 的和, 则符合条件的三位数的十位数字是_____。
5. (立方体体积) 雨哗哗地下个不停, 如果在雨地里放一个 A 那样的容器, 雨水下满要 1 个小时, 那么雨水下满 B 容器要_____小时, 下满 C 容器要_____小时。



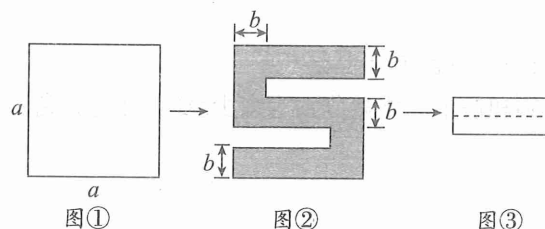
第 5 题图

6. (周期规律) 有一列数, 前 3 个数是 1, 9, 9, 之后每个数都是它前面相邻 3 个数字之和除以 3 所得的余数, 则这列数中的第 2016 个数是_____。
7. (百分数应用) 如果物价下降 50%, 那么原来买 1 件东西的钱现在就能买 2 件。1 件变 2 件, 增加了 100%, 这就相当于手中的钱增值了 100%。如果物价上涨 25%, 相当于手中的钱贬值了_____%。
8. (组合图形求面积) 如图是三个半径为 1 的圆, 六个阴影部分完全相同, 六个阴影部分的面积和是_____ (π 取 3.14)。
9. (切拼) 一个圆柱体, 如果将它的底面积平均分成若干个扇形后, 截开拼成一个和它等底的长方体, 表面积增加了 12 平方分米; 如果截成两个小圆柱体, 表面积增加了 3.14 平方分米。圆柱体的表面积是_____平方分米。
10. (相遇问题) 甲、乙两人分别从 A、B 两地同时出发, 相向而行, 甲、乙的速度比是 5:3, 两人相遇后继续行进, 甲到达 B 地、乙到达 A 地后都立即沿原路返回。若两人第二次相遇的地点距第一次相遇的地点 50 千米, 则 A、B 两地相距_____千米。



第 8 题图

11. (用字母表示数) 如图①, 将一个边长为 a 的正方形纸片剪去两个长方形, 得到一个“S”的图案, 如图②所示, 再将剪下的两个长方形拼成一个新的长方形, 如图③所示, 则新长方形的周长可表示为_____。



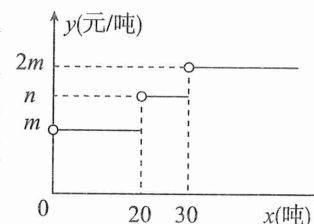
第 11 题图

二、算一算(每小题 5 分,共 20 分)

1. $10.6 - (6.6 + 0.125 \div 12.5\%)$
2. $51 \frac{2}{3} \div \frac{5}{3} + 71 \frac{3}{4} \div \frac{7}{4} + 91 \frac{4}{5} \div \frac{9}{5}$
3. $\left[\left(0.6 - \frac{1}{4} \right) \times \frac{4}{7} + \frac{3}{10} \right] \div 50\%$
4. $x \div \frac{3}{4} - 1 = \frac{5x}{6}$

三、看图回答问题(共 9 分)

(分段计费) 为了让市民树立起“珍惜水、节约水、保护水”的用水理念, 某市从 2013 年 4 月起, 居民生活用水按阶梯式计算水价, 水价计算方式如图所示, 每吨水需另加污水处理费 0.80 元。已知小张家 2013 年 4 月份用水 20 吨, 交水费 49 元; 5 月份用水 25 吨, 交水费 65.4 元。(温馨提示: 水费 = 水价 + 污水处理费)

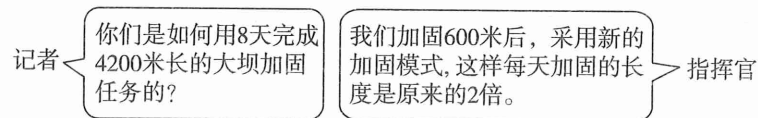


第三题图

1. $m =$ _____。
2. $n =$ _____。
3. 随着夏天的到来, 用水量将增加, 为了节省开支, 小张计划把 6 月份的水费控制在不超过家庭月收入的 2%, 若小张家的月收入为 8190 元, 则小张家 6 月份最多能用水_____吨。

四、解决问题(共 40 分)

1. (方程的应用) 进入防汛期后, 某地对河堤进行了加固, 该地驻军在河堤加固的过程中出色地完成了任务。下面是记者与驻军指挥官的一段对话, 根据这段对话, 请你求出该地驻军原来每天加固河堤多少米? (8 分)



第 1 题图

2. (百分数应用) 某地实行农村义务教育学校营养计划“蛋奶工程”, 本地农村小学每份营养餐的标准是质量为 300 克, 蛋白质含量为 8%, 包括一盒牛奶、一包饼干和一个鸡蛋。已知牛奶的蛋白质含量为 5%, 饼干的蛋白质含量为 12.5%, 鸡蛋的蛋白质含量为 5%, 一个鸡蛋的质量为 60 克。(8 分)

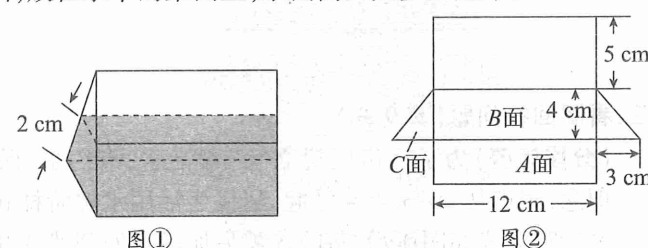
(1) 一个鸡蛋中含蛋白质的质量为多少克?

(2) 每份营养餐中, 牛奶和饼干的质量分别为多少克时, 才符合营养餐的标准?

3. (图形探究) 如图①所示, 在用塑料制的三棱柱形的筒里装着水, 这个筒的展开图如图②。现在, 如图①那样, 把这个筒的 A 面作为底面, 放在水平的桌面上, 水面高度是 2 cm, 请根据上面讲的条件回答下列问题:(8 分)

(1) 把 B 面作为底面, 放在水平的桌面上, 水面高多少厘米?

(2) 把 C 面(直角三角形的面)作为底面, 放在水平的桌面上, 水面高又是多少厘米?



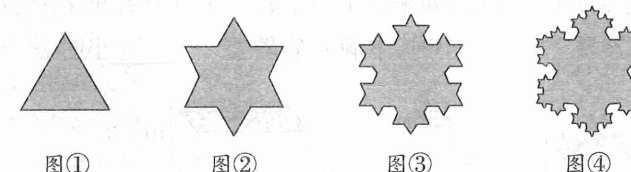
第 3 题图

4. (工程问题) 甲方要传输一份文件给乙方, 若单用 A 软件传输, 需 10 分钟; 若单用 B 软件传输, 需 8 分钟; 若同时用 A、B 软件传输, 由于相互影响, A、B 软件每分钟共少传输 0.2 页。已知 A、B 同时传输, 5 分钟传完了整份文件, 那么这份文件的页数为多少?(8 分)

5. (上下坡问题) 从甲地到乙地的公路上只有上坡路和下坡路, 一辆汽车上坡时每小时行驶 40 千米, 下坡时每小时行驶 60 千米, 这辆车从甲地开往乙地需 6 小时, 从乙地返回甲地只需 6.5 小时, 这辆汽车从甲地开往乙地行驶的路程是多少千米? 其中上坡路有多少千米?(8 分)

五、阅读并操作(共 18 分)

(图形探究) 从一个等边三角形(如图①)开始, 把它的各边分成相等的三段, 再在各边中间一段上向外画出一个等边三角形, 形成六角星图形(如图②); 然后在六角星各边上, 用同样的方法向外画出更小的等边三角形, 形成一个有 18 个尖角的图形(如图③); 如果在各边上, 再用同样的方法向外画出更小的等边三角形(如图④)。如此继续下去, 图形的轮廓就能形成分支越来越多的曲线, 这就是瑞典数学家科赫将雪花理想化得到的科赫雪花曲线。



第五题图

如果设原等边三角形边长为 a , 不妨把每一次的作图变化过程叫做“生长”, 例如, 第 1 次生长后, 得图②, 每个小等边三角形的边长为 $\frac{1}{3}a$, 所形成的图形的周长为 $4a$ 。

请填写下表:(用含 a 的代数式表示)

	第 1 次生长后	第 2 次生长后	第 3 次生长后	...	第 n 次生长后
每个小等边三角形的边长	$\frac{1}{3}a$	_____	_____	...	_____
所形成的图形的周长	$4a$	_____	_____	...	_____

一、1. a 【解析】把 $\frac{6}{5}$ 、 $\frac{7}{6}$ 、 $\frac{8}{7}$ 、 $\frac{9}{8}$ 分别化成带分数 $1\frac{1}{5}$ 、

$1\frac{1}{6}$ 、 $1\frac{1}{7}$ 、 $1\frac{1}{8}$ ，再进行比较得出 $1\frac{1}{5} > 1\frac{1}{6} >$

$1\frac{1}{7} > 1\frac{1}{8}$ ，因为 $a + \frac{6}{5} = b + \frac{7}{6} = c + \frac{8}{7} = d + \frac{9}{8}$ ，

在加法等式中一个加数大，则另一个加数就小（两个加数不相同的情况下），所以 $a < b < c < d$ 。

2. 1.2 【解析】1公里=1千米，已知一款小排量轿车每百公里耗油6升，另一款大排量轿车每百公里耗油10升，可求出每百千米小排量轿车比大排量轿车节省燃油 $10 - 6 = 4$ （升），所以1千米节省燃油 $4 \div 100 = 0.04$ （升）。当两辆轿车同行30千米的路程时，小排量轿车比大排量轿车节省燃油 $0.04 \times 30 = 1.2$ （升）。

3. 15.90 【解析】31个奇数的和为 $15.9 \times 31 = 492.9$ ，则这31个奇数的总和可能是491、492、493，因为31个奇数相加的和只能是奇数和，不会是偶数和，所以排除492，又因为当 $491 \div 31$ 时所得的商保留一位小数是15.8，即排除491，所以只能取493，则保留两位小数是 $493 \div 31 \approx 15.90$ 。

4. 3或8 【解析】设这个三位数的百位数为A，去掉它的首位数字之后剩下的两位数为x，则有 $100A + x = 7x + 66$ ，化简后得 $6x = 100A - 66$ ，等式右边是6的倍数，所以A=3或6，x=39或89，则符合条件的三位数字是339或689，即三位数的十位数字为3或8。

【考点2】字母代换

此考点考查数学思想和策略，有些计算题结构固定，相同数字重复出现，我们可用代数思想，整体考虑的策略，设字母整体代换，使计算变简单。这种方法与中学对接，又叫参数法，是一种替换的数学思想方法。

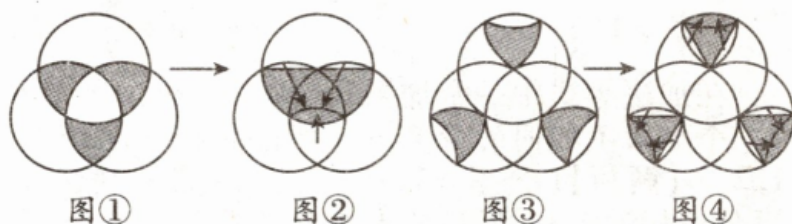
通常按顺序计算很是繁琐，注意到原式每个括号中都有相同的数和式，可以把相同的式子看成一个整体，用字母来代替。

$$\text{计算：} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$$

$$\text{解：设 } a = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}, \text{ 则 } b - a = \frac{1}{5}。 \text{ 所以原式 } = (1 + a) \times b - (1 + b) \times a = b + ab -$$

$$a - ab = b - a = \frac{1}{5}$$

5. 2 1.5 【解析】设下雨的速度为 v , 则 $v = (20 \times 5 \times 10) \div (20 \times 5) \div 1 = 10$, 则 B 容器的容积为 $3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 20 = 1004.8$, 所以需要的时间为 $1004.8 \div [3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 10] = 2$ (小时); C 容器的容积为 $10 \times 15 \times (20 - 10) + (20 \times 15 \times 10) = 4500$, 则 C 容器需要的时间为 $4500 \div (20 \times 15 \times 10) = 1.5$ (小时)。
6. 1 【解析】根据题意先写出这个数列的前几项分别是 1、9、9、1、1、2、1、1、1、0、2、0、2、1、0、0、1、1、2、1、1、1、0、2、0... 从第四个数开始, 每 13 个数为一个循环节循环排列, 则 $(2016 - 3) \div 13 = 154 \cdots 11$, 2016 为循环节中的第 11 个数, 即为 1。
7. 20 【解析】如果物价上涨 25%, 则此时的价格是原价的 $(1 + 25\%)$, 所以原来的价格是现价的 $1 \div (1 + 25\%) = 0.8$, 相当于手中的钱贬值了 $(1 - 0.8) \div 1 = 0.2 = 20\%$ 。
8. 3.14 【解析】如图, 把图①进一步割补可得图②, 图②的面积是一个半径为 1 的圆面积的一半, 把图③进一步割补可得图④, 图④也是半径为 1 的圆面积的一半, 所以六个阴影部分的面积和为一个半径为 1 的圆的面积, 即 3.14。



第 8 题图

9. 40.82 【解析】把圆柱拼成长方体, 表面积增加的是左右两个长方形, 长是圆柱的高, 宽是圆柱底面半径, 即 $2 \times hr = 12$ 平方分米, 则 $hr = 6$ 平方分米; 如果截成两个小圆柱, 则增加的是两个底面的面积, 即 $2S = 3.14$ 平方分米, 圆柱的表面积为 $2\pi rh + \pi r^2 \times 2 = 2 \times 3.14 \times 6 + 3.14 = 40.82$ (平方分米)。
10. 100 【解析】甲、乙的速度比为 5:3, 第一次相遇时, 甲行了全程的 $\frac{5}{8}$, 相遇地点离 A 地的距离为全程的 $\frac{5}{8}$, 第二次相遇时, 两人一共行了 3 个全程, 则甲行了全程的 $\frac{5}{8} \times 3 = \frac{15}{8}$, 相遇地点离 A 地的距离为全程的 $2 - \frac{15}{8} = \frac{1}{8}$, 再根据两人两次相遇地点之间相距 50 千米, 所以 A、B 两地的距离为 $50 \div \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{8} \right) = 100$ (千米)。
11. $4a - 8b$ 【解析】剪下的两个小长方形是完全相等的, 组成新的长方形的长为 $a - b$, 宽为 $a - 3b$, 则新长方形的周长为 $(a - b + a - 3b) \times 2 = 4a - 8b$ 。
- 二、1. 【解析】原式 $= 10.6 - (6.6 + 0.125 \div 0.125)$
 $= 10.6 - (6.6 + 1)$
 $= 10.6 - 7.6$
 $= 3$

$$\begin{aligned}
 2. \text{【解析】原式} &= \left(50 + \frac{5}{3}\right) \div \frac{5}{3} + \left(70 + \frac{7}{4}\right) \div \frac{7}{4} + \\
 &\quad \left(90 + \frac{9}{5}\right) \div \frac{9}{5} \\
 &= \left(50 + \frac{5}{3}\right) \times \frac{3}{5} + \left(70 + \frac{7}{4}\right) \times \frac{4}{7} + \\
 &\quad \left(90 + \frac{9}{5}\right) \times \frac{5}{9} \\
 &= 50 \times \frac{3}{5} + \frac{5}{3} \times \frac{3}{5} + 70 \times \frac{4}{7} + \frac{7}{4} \times \\
 &\quad \frac{4}{7} + 90 \times \frac{5}{9} + \frac{9}{5} \times \frac{5}{9} \\
 &= 30 + 1 + 40 + 1 + 50 + 1 \\
 &= 123
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \text{【解析】原式} &= \left[\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} \right) \times \frac{4}{7} + \frac{3}{10} \right] \div \frac{1}{2} \\
 &= \left[\left(\frac{12}{20} - \frac{5}{20} \right) \times \frac{4}{7} + \frac{3}{10} \right] \div \frac{1}{2} \\
 &= \left[\frac{7}{20} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{10} \right] \div \frac{1}{2} \\
 &= \left[\frac{2}{10} + \frac{3}{10} \right] \div \frac{1}{2} \\
 &= \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$4. \quad x \div \frac{3}{4} - 1 = \frac{5x}{6}$$

$$\text{解: } \frac{4x}{3} - 1 = \frac{5x}{6}$$

$$\frac{4x}{3} - \frac{5x}{6} = 1$$

$$\left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6} \right) x = 1$$

$$\frac{1}{2}x = 1$$

$$x = 2$$

三、1. 1.65 【解析】根据“用水 20 吨,交水费 49 元”可得方程 $20 \times (m + 0.80) = 49$,解得 $m = 1.65$ 。

2. 2.48 【解析】根据“用水 25 吨,交水费 65.4 元”可得方程 $49 + (25 - 20) \times (n + 0.80) = 65.4$,解得 $n = 2.48$ 。

3. 50 【解析】由(1)(2)得 $m = 1.65, n = 2.48$,当用水量为 30 吨时,水费为 $49 + (30 - 20) \times (2.48 + 0.80) = 81.8$ (元),6 月份水费支出最高为 $2\% \times 8190 = 163.8$ (元), $163.8 \text{ 元} > 81.8 \text{ 元}$,所以小张家 6 月份的用水量超过了 30 吨。可设小张家 6 月份用水 x 吨,由题意得 $81.8 + (2 \times 1.65 + 0.80) \times (x - 30) = 163.8$,解得 $x = 50$ 。

【点拨】

阶梯水费	用水量(吨)	水价(元/吨)
一档水费	0 ~ 20	m
二档水费	20 ~ 30	n
三档水费	30 以上	$2m$

四、1. 【解析】设原来每天加固 x 米, 根据题意, 得 $\frac{600}{x} +$

$$\frac{4200 - 600}{2x} = 8, \text{解得 } x = 300.$$

该地驻军原来每天加固 300 米。

【点拨】设原来每天加固 x 米, 从对话中可以看出: 前 600 米采用的是原先的加固模式, 后 $(4200 - 600)$ 米采用的是新的加固模式, 共用了 8 天完成任务; 等量关系为: 原模式加固天数 + 新模式加固天数 = 8, 根据等量关系列方程式, 求解即可。

2. 【解析】(1) $60 \times 5\% = 3$ (克)。

一个鸡蛋中含蛋白质的质量为 3 克。

(2) 设每份营养餐中牛奶的质量为 x 克, 则饼干的质量为 $(300 - 60 - x)$ 克,

由题意得: $5\%x + 12.5\% \times (300 - 60 - x) + 60 \times 5\% = 300 \times 8\%$, 解得 $x = 120$, 则饼干的质量为 $300 - 60 - 120 = 120$ (克)。

每份营养餐中牛奶和饼干的质量都是 120 克时, 才符合营养餐的标准。

【点拨】(1) 鸡蛋中蛋白质的质量 = 鸡蛋的质量 $\times$ 鸡蛋的蛋白质含量; (2) 设每份营养餐中牛奶的质量为 x 克, 则饼干的质量为 $(300 - 60 - x)$ 克, 根据各种食品的蛋白质含量的和加起来等于总蛋白质含量建立方程, 即可解答。

3. 【解析】如图①所示, $MN = 4$ cm, $NP = 3$ cm,

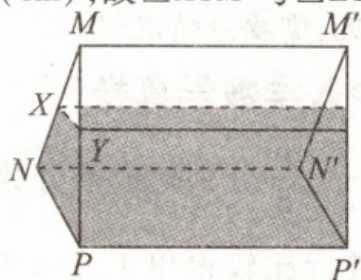
则 X 是 MN 的中点, 故 Y 也是 MP 的中点, $\frac{MX}{MN} = \frac{1}{2} =$

$\frac{XY}{NP}$, 则 $XY = \frac{1}{2}NP = \frac{1}{2} \times 3 = 1.5$ (cm); 水的体积为

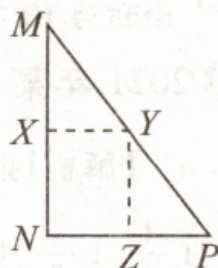
$(1.5 + 3) \times 2 \div 2 \times 12 = 54$ (cm³), 图②为以 A 作底面时的左侧面图象, 当 YZ 与 PN 垂直, 交 NP 于 Z 时, XY

$= NZ = ZP = \frac{1}{2}NP = 1.5$ (cm), $XN = YZ = MX = \frac{1}{2}MN$

$= 2$ (cm), 故 $\triangle XYM$ 与 $\triangle ZYP$ 完全一样。

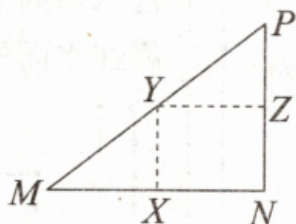


第 3 题图①



第 3 题图②

(1) 当 B 作底面时, 侧面 PMN 如图③所示, 因为 $\triangle XYM$ 与 $\triangle ZPY$ 完全一样, 故水深为 ZN , $ZN = \frac{1}{2}NP = 1.5(\text{cm})$ 。



第3题图③

把 B 面作为底面, 水面高 1.5 厘米

(2) 把 C 面作底面时, $\triangle NMP$ 的面积为 $3 \times 4 \div 2 = 6(\text{cm}^2)$, 则高为 $54 \div 6 = 9(\text{cm})$ 。

把 C 面作为底面, 水面高 9 厘米。

【点拨】画图分析如图①, 根据直角三角形及体积公式可求出水的体积; 当把 B 面作为底面时, 因为 $\triangle XYM$ 与 $\triangle ZPY$ 完全一样, 即可得水深; 当把 C 面作为底面时, 用体积除以底面积即可求解。

4. **【解析】**5 分钟少传输: $0.2 \times 5 = 1(\text{页})$,

总页数: $1 \div \left[\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{8} \right) \times 5 - 1 \right] = 1 \div \frac{1}{8} = 8(\text{页})$ 。

这份文件的页数为 8 页。

【点拨】把这份文件的页数看作单位“1”, 单用 A 软件传输需 10 分钟, 则 A 软件每分钟传输 $\frac{1}{10}$, 同理单用 B

软件, 每分钟传输 $\frac{1}{8}$, 同时用 A 、 B 软件每分钟传输 $\frac{1}{10} + \frac{1}{8}$, 根据题意得知同时用 A 、 B 软件每分钟共少传输

0.2 页, 5 分钟就少传输 (0.2×5) 页, 根据 5 分钟少传输的相对应量, 用量率对应即可解答。

5. **【解析】**设这辆汽车从甲地到乙地行驶的路程是 x 千米, 可列方程为 $\frac{x}{40} + \frac{x}{60} = 6 + 6.5$, 解得 $x = 300$; 设这辆汽车从甲地到乙地的上坡路有 y 千米, 则甲地到乙地的下坡路有 $(300 - y)$ 千米, 根据题意可列方程为 $\frac{y}{40} + \frac{300 - y}{60} = 6$, 解得 $y = 120$ 。

这辆汽车从甲地到乙地行驶的路程是 300 千米, 其中上坡路有 120 千米。

【点拨】从甲地到乙地和从乙地到甲地的上坡路的总长度是这条公路的总长, 从甲地到乙地和从乙地到甲地的下坡路的总长度也是这条公路的总长, 根据上坡所用时间 + 下坡所用时间 = 汽车往返所用时间, 设甲地到乙地的距离是 x 千米, 列方程求解; 设汽车从甲地到乙地需行驶的上坡路有 y 千米, 然后根据汽车从甲地到乙地上坡路所用时间 + 汽车从甲地到乙地下坡路所用时间 = 6, 列方程求解即可。

五、【解析】观察题图发现：每生长一次，边长变为原来的 $\frac{1}{3}$ ，第一次生长后，边长变为 $\frac{1}{3}a$ ；第二次生长后，边长变为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}a$ ；第三次生长后，边长变为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}a$ ；
 …第 n 次生长后，边长变为 $\left(\frac{1}{3}\right)^n a$ ；第一次生长后，周长： $3a \times \frac{4}{3} = 4a$ ；第二次生长后，周长： $3a \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$ ；
 第三次生长后，周长： $3a \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$ ；…第 n 次生长后，周长： $3a \left(\frac{4}{3}\right)^n$ 。所以答案为：

	第 1 次 生长后	第 2 次 生长后	第 3 次 生长后	...	第 n 次 生长后
每个小等 边三角形 的边长	$\frac{1}{3}a$	$\frac{1}{9}a$	$\frac{1}{27}a$	...	$\left(\frac{1}{3}\right)^n a$
所形成的 图形的 周长	$4a$	$\frac{16}{3}a$	$\frac{64}{9}a$	...	$\frac{4^n}{3^{n-1}}a$