④ 2021 年某 GD 附中入学数学真卷(三 A)

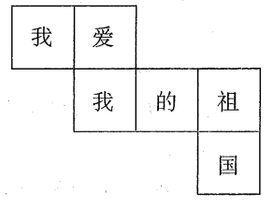
(**满分**:100 分　**时间**:60 分钟)

一、选择题(每小题 4 分,共 16 分)

1. (**分数应用**)把 5 米增加它的$\frac{1}{2}$,再减少$\frac{1}{2}$米后,结果是(　　)。

A. $3\frac{3}{4}$　　B. 5 米　　C. $5\frac{1}{4}$米　　D. 7 米

2. (**正方体折叠**)如图是正方体的一个表面展开图,原正方体中与"爱"字所在面相对的面的汉字是(　　)。



第 2 题图

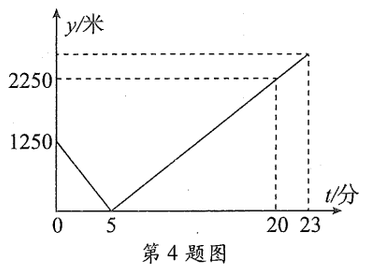
A. 我　　B. 的

C. 祖　　D. 国

3. (**解方程**)已知☆ + ☆ + ☆ + ○ = 100,○ + ☆ = 50,○ ÷ □ = 250,则□所表示的数为(　　)。

A. $\frac{1}{10}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

4. (**行程问题**)早晨,小刚沿着通往学校唯一的一条路(直路)上学,途中发现忘带饭盒,停下往家里打电话,妈妈接到电话后带上饭盒马上赶往学校,同时小刚返回,两人相遇后,小刚立即赶往学校,妈妈回家,15 分钟妈妈到家,再经过 3 分钟小刚到达学校,小刚始终以每分钟 100 米的速度步行,小刚和妈妈的距离 y(单位:米)与小刚打完电话后的步行时间 t(单位:分)之间的关系如图所示,下列四种说法:①打电话时,小刚和妈妈的距离为 1250 米;②打完电话后,经过 23 分钟小刚到达学校;③小刚和妈妈相遇后,妈妈回家的速度为 150 米/分;④小刚家与学校的距离为 2550 米。其中正确的个数是(　　)。



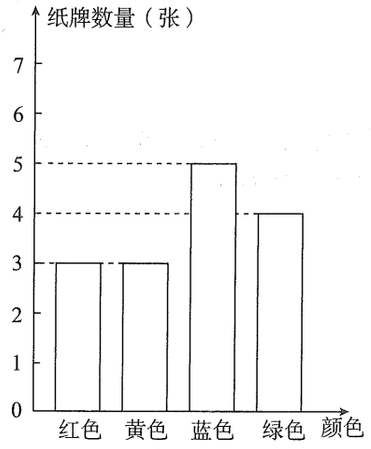
第 4 题图

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

5. (**分数基本性质**)分数$\frac{5}{6}$的分子加上 20,要使该分数的大小不变,分母应加上_____。

6. (**可能性**)一纸箱内有红、黄、蓝、绿四种颜色的纸牌,如图为各颜色纸牌数量的统计图,若小华从箱内抽出一张牌,且每张牌被抽出的机会相等,则他抽出红色牌的可能性大小为_____。



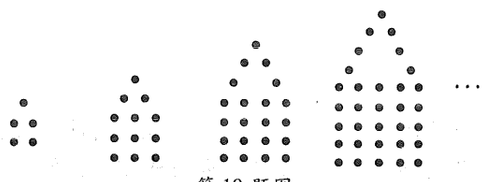
第 6 题图

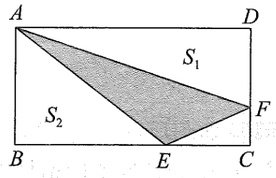
7. (**植树问题**)在某校周长 400 米的环形跑道上,每隔 8 米插一面红旗,然后在相邻两面红旗之间每隔 2 米插一面黄旗,应准备黄旗_____面。

8. (**百分数应用**)电影票 30 元一张,降价后,观众人数增加了 40%,收入增加了$\frac{1}{6}$,则每张电影票降价了_____元。

9. (**行程问题**)古时候,重要的公文靠信使骑马来传递。这一日,甲、乙两地官员有重要公文需要相互转达,为了节约时间和经费,上午 8 时各派一名信使同时相向而行,经过一段时间,两名信使相遇,交换公文后立即按原路返回,返回时已是下午 2 点。已知甲、乙两信使的速度分别为 40 km/h、45 km/h,则这两地相距_____km。

10. (**找规律**)如图是一些同学在沙滩上用石子摆成的小房子。观察图形的变化规律,第 15 个小房子用了_____块石子。


第 10 题图



第 11 题图

11. (**三角形面积**)如图,长方形的面积为 270 平方厘米,图中 S_1 和 S_2 的面积都为 90 平方厘米,则阴影部分的面积为_____平方厘米。

12. (**倒推法**)自然数 1,3,9,27,81,243 是六个给定的数,从这六个数中每次取若干个数求和(每次每个数只能用一次)。可以得到一个新数,这样共得到 63 个新数。如果把它们按从小到大排列起来是:1,3,4,9,10,12…,那么第 60 个数是_____。

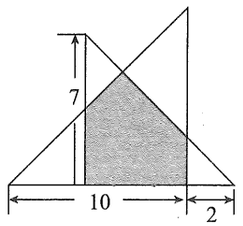
三、解答题(共 60 分)

13. 计算(12 分)

(1)直接计算:$12.8 \div \left[3\frac{1}{5} \times \left(5 - 2.8 \div \frac{14}{15}\right)\right]$　　(2)简便计算:$\frac{7}{29} \times \frac{3}{8} + \frac{6}{29} \times \frac{7}{12} + \frac{3}{29} \times \frac{7}{9}$

(3)解方程:$\frac{4}{3}x+\frac{3}{5}x=3-\frac{1}{10}$

14.(**组合图形求面积**)有两个等腰直角三角形,两直角边分别为7厘米和10厘米,现在把这两个直角三角形如图所示重合起来,求阴影部分的面积。(7分)

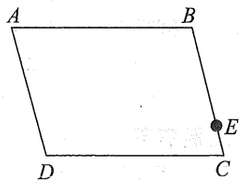


第14题图

15.(**百分数应用**)某商场一商品每件成本80元,原来按定价出售,每天可售出120件,每件利润为成本的20%,后来按定价的95%出售,每天销售量提高到原来的2倍,按这样计算,每天的利润比原来增加多少元?(7分)

16.(**方程应用**)由奶糖和巧克力糖混合成的一堆糖中,如果增加10颗奶糖后,巧克力糖占总数的60%,再增加30颗巧克力糖后,巧克力糖占总数的75%,那么原来混合糖中有奶糖和巧克力糖各多少颗?(7分)

17.(**行程问题**)如图所示,一只老鼠沿着平行四边形$A\to B\to C$的方向逃跑,同时一只猫也从A点出发沿着$A\to D\to C$的方向追捕老鼠,结果在BC边上的E点才捉住老鼠。已知老鼠的速度是猫的$\frac{11}{14}$,且CE长6米,求平行四边形的周长。(8分)



第17题图

18.(**相遇问题**)A,B两地相距2400米,甲从A地,乙从B地同时出发,在AB两地往返长跑,甲每分钟跑300米,乙每分钟跑240米,35分钟后停止,甲、乙在第几次相遇距A最近?(9分)

19.(**梯形、平行四边形综合应用**)操作示例:我们可以取直角梯形$ABCD$的非直角腰CD的中点P,过点P作$PE/\!/AB$,裁掉$\triangle PEC$,并将$\triangle PEC$拼接到$\triangle PFD$的位置,构成新的图形(如图2)。思考发现:小明在操作后发现,该剪拼方法就是先将$\triangle PEC$绕点P逆时针旋转180°到$\triangle PFD$的位置,易知PE与PF在同一条直线上,可以得出四边形$ABEF$是一个平行四边形。(10分)

实践探究:(1)类比图2的剪拼方法,请你分别就图3和图4的两种情形沿一条直线进行剪切,画出剪拼成一个平行四边形的示意图。

(2)如图3,在梯形$ABCD$中,$AD/\!/BC$,E是CD的中点,$EF\perp AB$于点F,$AB=5$,$EF=4$,求梯形$ABCD$的面积。

联想拓展:小明探究后发现:在一个四边形中,只要有一组对边平行,就可以剪拼成平行四边形。

(3)如图5的多边形$ABCDE$中,$AE/\!/CD$,若连接AC,则恰有$AC/\!/ED$。请你像上面剪法一样沿一条直线进行剪切,将多边形$ABCDE$拼成一个平行四边形,请你在图5中画出剪拼的示意图,并作必要的文字说明。(不需证明)

图1

图2

图3

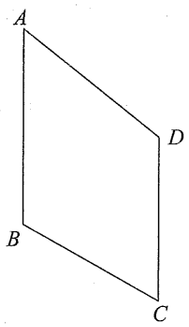


图4

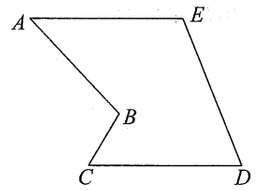


图5

第19题图

*请扫描目录二维码获取

一、1. D 【解析】$5\times\left(1+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=7$(米)

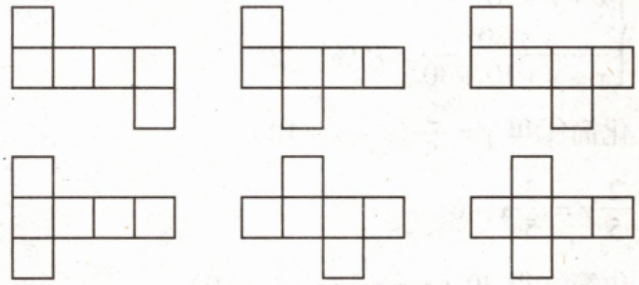
【点拨】$\frac{1}{2}$是增加的分率,$\frac{1}{2}$米是具体量。

2. D 【解析】正方体的表面展开图,相对面之间一定相隔一个正方形。

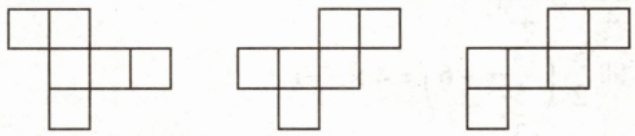
【考点21】正方体展开图

正方体展开图可以归纳为以下四类,共11个基本图形。具体分类如下:

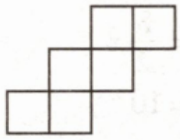
第一类:1-4-1型,中间一行4个为侧面,上下两个为上下底面,共有6种基本图形。



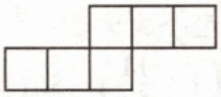
第二类:2-3-1型,中间3个为侧面,共3种基本图形。



第三类:2-2-2型,两行只能有1个正方形相连。



第四类:3-3型,两行只能有1个正方形相连。



3. A 【解析】∵ $3☆+○=100$ $☆+○=50$

$\therefore 3☆+○-(☆+○)=100-50$

$2☆=50$

$☆=25$

$○=50-25=25$

$25\div□=250$

$□=\frac{1}{10}$

【点拨】解二元一次方程。

4. C 【解析】①由图可知打电话时,小刚和妈妈的距离为1250米是正确的;

②因为打完电话后5分钟两人相遇后,小刚立即赶往学校,妈妈回家,15分钟妈妈到家,再经过3分钟小刚到达学校,经过$5+15+3=23$(分钟)小刚到达学校,所以是正确的;

③打完电话后5分钟两人相遇，妈妈的速度是$1250\div5-100=150$（米/分），走的路程为$150\times5=750$（米），回家的速度是$750\div15=50$（米/分），所以回家的速度为150（米/分）是错误的；

④小刚家与学校的距离为$750+(15+3)\times100=2550$（米），所以是正确的。

正确的答案有①②④。

故选C。

【点拨】一次函数的应用。

二、5. 24 【解析】$(20+5)\div5=5$ $6\times5-6=24$

【点拨】分子分母同时扩大或缩小n倍（$n\neq0$），值不变。

6. $\frac{1}{5}$ 【解析】$\frac{3}{3+3+5+4}=\frac{1}{5}$

【点拨】红色牌可能性大小$=\frac{\text{红牌张数}}{\text{总数}}$。

【考点32】可能性

①区分确定事件、不可能事件、可能性事件

确定事件：发生可能性为1，就是一定能发生；

不可能事件：发生可能性为0，就是一定不能发生；

可能性事件：发生可能性大于0，且小于1，可能发生、也可能不发生。

②简单可能性事件发生的可能性

③游戏规则的公平性

事件A发生的可能性$=$事件A发生的可能数$\div$事件发生的总数。

7. 150 【解析】红：$400\div8=50$（面）

黄：$(8\div2-1)\times50=150$（面）

【点拨】环形跑道即封闭环形，间距数=红旗面数，2面红旗之间有$(8\div2-1)$面黄旗。

【考点33】植树问题

按相等的距离植树，在距离、棵距、棵数这三个量之间，已知其中的两个量，要求第三个量，这类应用题叫作植树问题。

数量关系：线形植树棵数=距离$\div$棵距$+1$

环形植树棵数=距离$\div$棵距

方形植树棵数=距离$\div$棵距-4

三角形植树棵数=距离$\div$棵距-3

面积植树棵数=面积$\div$（棵距$\times$行距）

生活中的“锯木头、爬楼梯问题”也可用植树问题来解答。这时解题的关键是要将题目中的条件与问题和植树问题中的“距离”“棵距”“棵数”对应起来。

8. 5 【解析】设每张电影票降价了x元，则原价30，现价$30-x$。

原人数y，现人数$(1+40\%)y$

原收入$30y$，现收入$(30-x)(1+40\%)y$

$$\left(1+\frac{1}{6}\right)30y=(30-x)(1+40\%)y$$

$$35=42-1.4x$$

$$x=5$$

【点拨】原收入 $\times\left(1+\frac{1}{6}\right)$ = 现收入。

9. 255 【解析】$(40+45)\times6\div2=255$(km)

【点拨】下午 2 时 − 上午 8 时 = 6 小时，两人相遇再原路返回共走了 2 个全程。

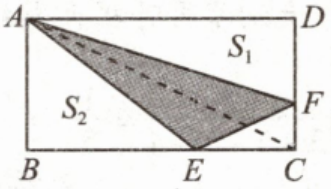
10. 285 【解析】

①	②	③	④	…	ⓝ
5	12	21	32	…	n^2+4n

$a_{15}=15^2+4\times15=285$

【点拨】找规律求得 $a_n=n^2+4n$。

11. 75 【解析】如图所示，连接 AC，则 $S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}\times270=135$(平方厘米)，所以 $S_{\triangle AFC}=135-90=45$(平方厘米)，同理可得 $S_{\triangle AEC}=135-90=45$(平方厘米)，则有 $BE:EC=90:45=2:1$，同理可得 $DF:FC=2:1$，所以 $S_{\triangle ECF}=\frac{1}{2}EC\times FC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}BC\times\frac{1}{3}DC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{9}BC\times DC=\frac{1}{18}\times270=15$(平方厘米)，所以 $S_{\triangle AEF}=270-90-90-15=75$(平方厘米)。



第 11 题图

12. 360 【解析】最大的数：$1+3+9+27+81+243=364$

第 2 大的数：$3+9+27+81+243=363$

第 3 大的数：$1+9+27+81+243=361$

第 4 大的数：$9+27+81+243=360$

【点拨】反向思考，第 60 个数为第四大的数，反推即可。

三、13. (1) $12.8\div\left[3\frac{1}{5}\times\left(5-2.8\div\frac{14}{15}\right)\right]$

$=12.8\div\left[\frac{16}{5}\times(5-3)\right]$

$=12.8\div\left[\frac{16}{5}\times2\right]$

$=12.8\times\frac{5}{32}$

$=2$

(2) $\frac{7}{29}\times\frac{3}{8}+\frac{6}{29}\times\frac{7}{12}+\frac{3}{29}\times\frac{7}{9}$

$=\frac{7}{29}\times\frac{3}{8}+\frac{7}{29}\times\frac{6}{12}+\frac{7}{29}\times\frac{3}{9}$

$=\frac{7}{29}\times\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)$

$=\frac{7}{29}\times\frac{29}{24}$

$=\frac{7}{24}$

(3) $\frac{4}{3}x+\frac{3}{5}x=3-\frac{1}{10}$

解：$\frac{29}{15}x=\frac{29}{10}$

$x=\frac{29}{10}\times\frac{15}{29}$

$x=\frac{3}{2}$

【考点7】倒算法

(1)解方程的基本步骤和原理，了解等式的两条基本性质；

(2)用于实际应用题中，有些应用题如果按照一般方法，顺着题目的条件一步一步地列出算式求解，过程比较繁琐。所以，解题时，我们可以从最后的结果出发，运用加与减、乘与除之间的互逆关系，从后到前一步一步地推算，这种解决问题的方法叫倒算法。

示例：

婆婆在早市卖一筐鸡蛋，第一次卖出全部的一半少2个，第二次卖出余下的一半少2个，此时还剩下28个，求婆婆早晨带了多少个鸡蛋去早市？

14.【解析】$10-(7-2)=5(\text{cm})$　$7-5=2(\text{cm})$

$2\div2=1(\text{cm})$

$(2+7)\times(7-2)\div2-2\times1\div2$

$=9\times5\div2-1$

$=22.5-1$

$=21.5(\text{cm}^2)$

【点拨】已知阴影部分是两个等腰直角三角形的重合部分，就是由一个上底为2厘米、下底为7厘米、高为$7-2=5$(厘米)的梯形减去一个底为$7-[10-(7-2)]=2$(厘米)、高为$2\div2=1$(厘米)的三角形所得。根据梯形的面积公式：(上底+下底)×高÷2，三角形的面积公式：底×高÷2，可以求出阴影部分的面积为$(2+7)\times(7-2)\div2-2\times1\div2=21.5$(平方厘米)。

15.【解析】$\begin{cases}\text{原定价：}80\times(1+20\%)=96(\text{元})\\ \text{现售价：}96\times95\%=91.2(\text{元})\end{cases}$

$\begin{cases}\text{现利润：}91.2-80=11.2(\text{元})\\ \text{原利润：}96-80=16(\text{元})\end{cases}$

原每天总利润：$16\times120=1920$(元)

现每天总利润：$11.2\times120\times2=2688$(元)

$2688-1920=768$(元)

【点拨】分别算出现在与原来的利润，再分别乘件数算出总利润差。

16.【解析】设原奶糖有x颗，原巧克力糖有y颗。

$\begin{cases}\frac{y}{x+y+10}=60\% & ①\\ \frac{y+30}{x+y+10+30}=75\% & ②\end{cases}$

化简①得 $y=\frac{3}{5}(x+y+10)$

$\frac{2}{5}y=\frac{3}{5}x+6$

化简②得 $30+y=\frac{3}{4}(x+y+40)$

$\frac{1}{4}y=\frac{3}{4}x$

即 $\frac{5}{2}\left(\frac{3}{5}x+6\right)=4\times\frac{3}{4}x$

$\frac{3}{2}x+15=3x$

$15=\frac{3}{2}x$

$x=10$

即 $y=3\times10=30$

原来混合糖中有奶糖 10 颗，巧克力糖 30 颗。

【点拨】考查二元一次方程。

17. 【解析】$6\times2\div\left(1-\frac{11}{14}\right)=56$（米）

$(56-6)\times2=100$（米）

【点拨】平行四边形对边也相等，猫比老鼠多跑了 $6\times2=12$（米）。

18. 【解析】35 分钟，甲、乙共跑了 $(300+240)\times35=18900$（米），

$(18900-2400)\div4800=3.4375$，共相遇了 $1+3=4$（次）

第 1 次相遇，甲共跑了 $2400\div(300+240)\times300=\frac{4000}{3}$（米），离 A 地 $\frac{4000}{3}$ 米

第 2 次相遇，甲共跑了 $3\times\frac{4000}{3}=4000$（米），$2400<4000<4800$，差 800 米返回 A 地，离 A 地 $4800-4000=800$（米）

第 3 次相遇，甲共跑了 $5\times\frac{4000}{3}=\frac{20000}{3}$（米），$4800<\frac{20000}{3}<7200$，返回 A 地后再折返跑了 $\frac{5600}{3}$ 米，离 A 地 $\frac{20000}{3}-4800=\frac{5600}{3}$（米）。

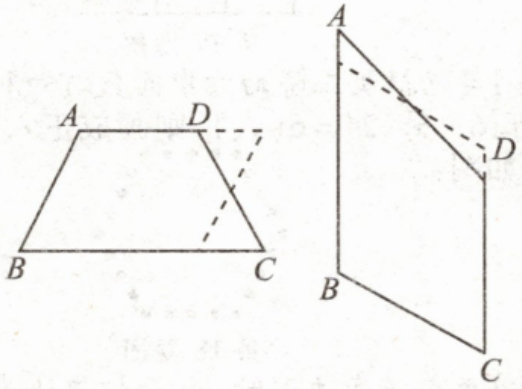
第 4 次相遇，甲共跑了 $7\times\frac{4000}{3}=\frac{28000}{3}$（米），$7200<$

$\frac{28000}{3}<9600$，差$\frac{800}{3}$米第二次返回A，离A地$9600-\frac{28000}{3}=\frac{800}{3}$（米）。

$\frac{800}{3}<800<\frac{4000}{3}<\frac{5600}{3}$

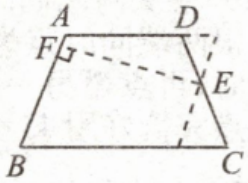
甲、乙两人在第四次相遇时距A最近，最近距离是$\frac{800}{3}$米。

19.【解析】（1）如图所示：



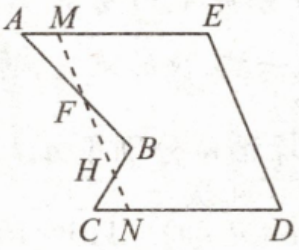
第19题（1）图

（2）由（1）得$S_{梯ABCD}=S_{平行四边形}$，$AB=5$，FE为AB上的高为4，$5\times4=20$



第19题（2）图

（3）如图所示：



第19题（3）图

说明：分别取AB、BC的中点F、H，连接FH并延长分别交AE、CD于点M、N，将$\triangle AMF$与$\triangle CNH$一起拼接到$\triangle FBH$的位置。