

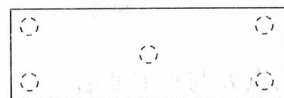
③6 2021 年某 GXYCYXX

入学数学真卷

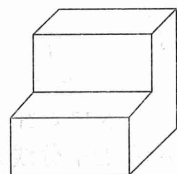
(满分:100 分 时间:60 分钟)

一、填空题(每小题 3 分,共 30 分)

- (最大公因数与最小公倍数)两个数的最大公因数是 6,最小公倍数是 60,那么这两个数的差最小是_____。
- (单位换算)0.76 小时 = _____ 分 _____ 秒。
- (小数计算) $0.2016 \div 0.08 =$ _____。
- (长度单位)一条板凳高约 300 _____。
- (分数、小数的互化)一个真分数,分母是 7,化成小数后,小数点后第 100 位数字正好是 1,则这个真分数的分子是_____。
- (打折销售)肯德基某种汉堡按成本提高 50% 标价,后来打八折销售,价格为 14.4 元,则这种汉堡的利润是_____元。
- (比例的应用)甲、乙、丙三位同学进行 1000 m 跑测试,他们同时出发,当甲跑到终点时,乙距离终点还有 200 m,丙距离终点还有 300 m,当乙跑到终点时,丙距离终点还有 _____ m。
- (可能性)如图,足球球门长为 7.32 m、高为 2.44 m(底下虚线是球门线),点球是足球中被称为“极刑”的一种处罚,罚球点位于球门线前 11 m 的地方,通常罚球队员可以把球踢到图中所示的五个位置中的一个,守门员选择到正确的位置时就可以守住点球,使得点球不中,那么罚球队员罚中点球的可能性为_____。



第 8 题图



第 10 题图

- (找规律)按字母顺序归纳推理,序列:A, F, J, M, O, 下一个字母是_____。
- (图形应用)如图的图案是一个正方体被截掉 $\frac{1}{4}$ 后形成的,这个几何体是由 8 个面围成的,其中长方形有 _____ 个。

二、计算题(共 26 分)

- 计算题(每小题 5 分,共 20 分)

(1) $65 \times 15 \times 12$

(2) $2015 \div 2015 \frac{2015}{2016}$

(3) $\left(4 \frac{2}{3} - 4 \frac{2}{3} \times 0.5\right) \times 0.3 \times \frac{1}{7}$

(4) $\frac{\frac{7}{9} \times 2.25 + \frac{5}{6}}{5 \frac{1}{3} - 1 \frac{1}{4} \div \frac{5}{16}} \div 3 \frac{7}{8}$

- 求未知数(每小题 3 分,共 6 分)

(1) $2x - 12 = 12$

(2) $2(3x + 4) = 32$

三、解答题(每小题 5 分,共 10 分)

- (日历中的规律)小明在某月的日历上圈出相邻的四个数,算出这四个数的和是 36,那么,这四个数阵的形式可能是()。

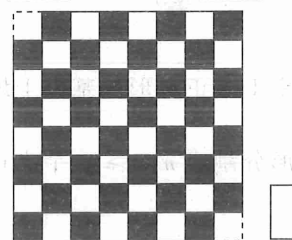
A. $\begin{array}{c} \times \\ \times \times \times \end{array}$

B. $\begin{array}{ccc} \times & \times & \times \\ & \times & \end{array}$

C. $\begin{array}{cc} \times & \times \\ \times & \times \end{array}$

D. $\begin{array}{cc} \times & \times \\ \times & \times \end{array}$

- (图形规律探索)国际象棋棋盘由 64 个黑白相间的方格组成,现去掉对角的两个白格,如图所示,长方形的多米诺骨牌正好是两个方格的大小,那么 31 块这样的多米诺骨牌能否铺满刚才的棋盘,且不能切割多米诺骨牌,说明你的理由。



第 14 题图

四、应用题(每小题 6 分,共 24 分)

- (容斥原理)在 64 名学生中,会打乒乓球的有 24 人,会打篮球的有 32 人,两项都不会的有 17 人,求两项都会的有多少人?

- (打折销售)“五一节”大酬宾:跳绳每根 25 元,一次性购买 10 根(含 10 根)享受八折优惠。小红比小明多买了 2 根跳绳,付款时小红反而比小明少付了 5 元,你认为有这种可能吗?若有,请求出小红购买跳绳的根数;若没有,请说明理由。

- (注水问题)水池上安装有 A、B、C、D、E 五根水管,有的专门放水,有的专门注水。如果每次用两根水管同时工作,注满一池水所用的时间如下表:

A、B	C、D	E、A	B、C	D、E
2	6	10	15	3

试求注水效率最高的水管几小时可以将空池注满?放水效率最高的水管几小时可以将满池放完?

- (位值原理)一个三位数,百位上的数字是 3,现将百位、十位和个位数字分别移到个位、百位、十位上,所得的三位数比原数的 2 倍少 13,求原来的三位数。

五、综合与应用(共 10 分)

- (阅读理解)斯诺克台球近年来在中国兴起,并被中国人熟悉。在球台上有母球、目标球两种,母球只有白色 1 个,目标球有红球 15 个、彩球 6 个(彩球也是纯色的,但颜色各不相同,分黄、绿、棕、蓝、粉、黑六色)。击打目标球时,按照击落一个红球再击落一个彩球的顺序直至红球全部击落,彩球被击落后要放回台面相应的位置,最后一次彩球放回台面后,再按照黄、绿、棕、蓝、粉、黑六色顺序依次击落,这时被击落的彩球不再放回台面,另外红、黄、绿、棕、蓝、粉、黑七色球的分值依次是 1~7 分。比赛通常是在两人间进行,其中一位选手开球,击落目标球后,得相应分数,并可继续击球,没有击落目标球时,换另一个选手击球,每一位选手必须从分数最低的球开始击球。
 - 选手甲开球后,击落颜色依次为红、黑、红、黑、红共 5 个目标球,然后选手乙继续,击落颜色依次为红、绿、红、绿、红、粉共 6 个目标球,那么甲、乙选手应各记多少分,谁的分数领先?
 - 若选手甲开球后,击落一个红球,没有击落下一个目标球,然后选手乙继续,按照顺序把剩余的目标球全部击落,那么选手乙能得到的最高分是多少?

一、1. 18 【解析】因为 $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$, 且这两个数的最大公因数是 6, 最小公倍数是 60, 所以这两个数可能是 6 和 60, 或 12 和 30, 因为 $60 - 6 = 54$, $30 - 12 = 18$, 所以这两个数的差最小是 18。

2. 45 36 【解析】1 时 = 60 分, 1 分 = 60 秒, $0.76 \times 60 = 45.6$ (分), $0.60 \times 60 = 36$ (秒), 所以 0.76 小时 = 45 分 36 秒。

3. 2.52 【解析】 $0.2016 \div 0.08 = 2016 \div 800 = 2.52$ 。

4. 毫米 【解析】通常板凳高约 30 厘米 = 300 毫米。

5. 6 【解析】 $\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$, $\frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}$, $\frac{3}{7} = 0.\dot{4}2857\dot{1}$, $\frac{4}{7} = 0.\dot{5}7142\dot{8}$, $\frac{5}{7} = 0.\dot{7}1428\dot{5}$, $\frac{6}{7} =$

$0.\dot{8}5714\dot{2}$, 这些分数都是小数点后 6 个数字为一个循环节, 要使小数点后第 100 位数字为 1, $100 \div 6 = 16 \cdots 4$, 则循环节中的第 4 个数字为 1, 故此分数为 $\frac{6}{7}$, 它的分子是 6。

【考点 20】142857 的应用

世界上最神奇的数字: 142857, 又名走马灯数。它发现于埃及金字塔内, 它是一组神奇的数字。分母为 7 的真分数都是循环小数, 并且组成循环节的数字都是一样的, 都是由 1、2、4、5、7、8 这 6 个数字组成的, 只是排列顺序不同。

分母为 7 的真分数: $\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$ $\frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}$

$\frac{3}{7} = 0.\dot{4}2857\dot{1}$ $\frac{4}{7} = 0.\dot{5}7142\dot{8}$ $\frac{5}{7} = 0.\dot{7}1428\dot{5}$

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$

常见题型主要有两类:

第一类: 把真分数 $\frac{a}{7}$ 化成小数后, 小数点后第 x 位上的数字是 5, 求 a 的值。

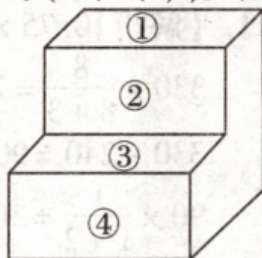
第二类: 把真分数 $\frac{a}{7}$ 化成小数后, 小数点后前 x 位上的数字相加等于一个数, 求 a 的值。此处要多注意 a 的值, 有可能不止 1 个。

6. 2.4 【解析】成本是 $(14.4 \div 0.8) \div (1 + 50\%) = 12$ (元), 利润是 $14.4 - 12 = 2.4$ (元)。

7. 125 【解析】根据题意可知相同时间内甲、乙、丙三人的路程比为 $1000 : (1000 - 200) : (1000 - 300) = 10 : 8 : 7$, 所以速度比为 $10 : 8 : 7$, 可设甲、乙、丙三人的速度分别为 $10v, 8v, 7v$, 乙跑 200 m 需要的时间是 $\frac{200}{8v} = \frac{25}{v}$, 这段时间内, 丙跑了 $\frac{25}{v} \times 7v = 175$ (m), 所以当乙到达终点时, 丙距离终点还有 $300 - 175 = 125$ (m)。

8. $\frac{4}{5}$ 【解析】根据题意,题图中共有5个点,罚球队员可以选择其中的一个点射门,那么守门员守住点球的可能性就是五个点中的一个点,就是 $\frac{1}{5}$,所以罚球队员罚中点球的可能性为 $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ 。

9. P 【解析】按照字母表的顺序, A 和 F 之间有4个字母($B、C、D、E$), F 和 J 之间有3个字母($G、H、I$), J 和 M 之间有2个字母($K、L$), M 和 O 之间有1个字母(N),按此规律, O 和下一个字母之间有0个字母,则下一个字母是 P 。



10. 4 【解析】观察图可知,几何体中①、②、③、④四个面都是长方形,底面和后面是正方形,两个侧面是六边形。

第10题图

二、11. 【解析】(1) 原式 $= 65 \times 2 \times 15 \times 6$
 $= 130 \times 90$
 $= 11700$

(2) 原式 $= 2015 \div \frac{2015 \times 2016 + 2015}{2016}$
 $= 2015 \div \frac{2015 \times (2016 + 1)}{2016}$
 $= 2015 \div \frac{2015 \times 2017}{2016}$
 $= 2015 \times \frac{2016}{2015 \times 2017}$
 $= \frac{2016}{2017}$

(3) 原式 $= 4 \frac{2}{3} \times (1 - 0.5) \times 0.3 \times \frac{1}{7}$
 $= 4 \frac{2}{3} \times 0.5 \times 0.3 \times \frac{1}{7}$
 $= \frac{14}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} \times \frac{1}{7}$
 $= \frac{1}{10}$

(4) 原式 $= \frac{\frac{7}{9} \times \frac{9}{4} + \frac{5}{6}}{5 \frac{1}{3} - \frac{5}{4} \times \frac{16}{5}} \div 3 \frac{7}{8}$
 $= \frac{\frac{7}{4} + \frac{5}{6}}{5 \frac{1}{3} - 4} \div 3 \frac{7}{8}$
 $= \frac{\frac{21}{12} + \frac{10}{12}}{1 \frac{1}{3}} \div \frac{31}{8}$

$$= \frac{31}{12} \times \frac{3}{4} \times \frac{8}{31}$$

$$= \frac{1}{2}$$

12. (1) $2x - 12 = 12$

解: $2x = 24$

$x = 12$

(2) $2(3x + 4) = 32$

解: $6x + 8 = 32$

$6x = 24$

$x = 4$

三、13. D 【解析】设第一行的第一个数是 x , A 选项:

$x + (x + 6) + (x + 7) + (x + 8) = 36$, 解得 $x = 3.75$, 不是整数, 故本选项不可能; B 选项: $x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 8) = 36$, 解得 $x = 6.25$, 不是整数, 故本选项不可能; C 选项: $x + (x + 1) + (x + 6) + (x + 7) = 36$, 解得 $x = 5.5$, 不是整数, 故本选项不可能; D 选项: $x + (x + 1) + (x + 7) + (x + 8) = 36$, 解得 $x = 5$, 是整数, 故本选项可能。

14. 【解析】不能; 理由如下: 31 张骨牌能盖住 62 个格子, 其中一定是 31 个黑格子和 31 个白格子, 而棋盘除掉两个角后, 也是剩下 62 个格子。但是其中有 32 个黑格子, 30 个白格子, 所以骨牌不能将黑格子盖完, 即不能盖住剩下的整个棋盘。

四、15. 【解析】由题意知, 至少会一项的人数: $64 - 17 = 47$ (人), 在 $24 + 32 = 56$ (人) 中, 包含只会一项的和两项都会的, 所以两项都会的人数: $56 - 47 = 9$ (人)。

16. 【解析】有可能, 理由如下: 设小红购买跳绳 x 根, 则小明购买跳绳 $(x - 2)$ 根, 由题意可知 $x \geq 10$, $x - 2 < 10$, 即 $10 \leq x < 12$, 根据题意列方程 $25 \times (x - 2) - 25x \times 0.8 = 5$, 解得 $x = 11$, 满足 $10 \leq x < 12$, 所以有可能, 小红购买跳绳的根数为 11 根。

【点拨】根据“小红比小明多买了 2 根跳绳, 付款时反而比小明少付了 5 元”得到小红购买跳绳根数大于等于 10, 小明购买跳绳根数小于 10。设小红购买跳绳 x 根, 则根据“小红比小明少付了 5 元”等量关系列方程。

17. 【解析】把满池水量看作单位“1”, 五管的工效之和为

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{3} \right) \div 2 = \frac{7}{12},$$

因为 A、B、C、D 的工效之和为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{8}{12} > \frac{7}{12}$, 所以 E 管为放水管,

且其每小时放水量为 $\frac{8}{12} - \frac{7}{12} = \frac{1}{12}$, A 管每小时的注

水量为 $\frac{1}{10} + \frac{1}{12} = \frac{11}{60} < \frac{1}{2}$, 所以 B 管为注水管, B 管

每小时的注水量为 $\frac{1}{2} - \frac{11}{60} = \frac{19}{60}$, D 管每小时的注水

率最高,需要 $1 \div \frac{5}{12} = 2.4$ (小时) 可以将空池注满; C

管放水效率最高,需要 $1 \div \frac{1}{4} = 4$ (小时) 可以将满池

放完。

注水效率最高的水管 2.4 小时可以将空池注满,放水效率最高的水管 4 小时可以将满池放完。

【点拨】把满池水量看作单位“1”,已知 A、B 和 C、D 的工作时间,从而求出 A、B、C、D 水管的工效和,再和五管的工效和进行比较,可以判断出 E 管为注水管还是放水管。已知两管的工效和,据此求出其他四根水管是注水管还是放水管,并求出其工效,然后根据“工作时间 = 工作总量 ÷ 工作效率”解答。

18. **【解析】**设原来的三位数的十位上的数字是 a (a 为自然数,且 $1 \leq a \leq 9$),个位上的数字是 b (b 为自然数,且 $0 \leq b \leq 9$),原来的三位数是 $300 + 10a + b$,新三位数是 $100a + 10b + 3$, $100a + 10b + 3 = 2 \times (300 + 10a + b) - 13$,化简得 $10a + b = 73$,所以 $a = 7, b = 3$;所以原来的三位数是 $300 + 10a + b = 300 + 10 \times 7 + 3 = 373$ 。

- 五、19. **【解析】**(1) 甲得分: $1 + 7 + 1 + 7 + 1 = 17$ (分),乙得分: $1 + 3 + 1 + 3 + 1 + 6 = 15$ (分),因为 $17 > 15$,所以甲领先。

甲应记 17 分,乙应记 15 分,甲领先。

(2) 要使乙得到的分数最高,那么他的击球顺序是:先按“红、黑”的顺序击球 14 次,再按“黄、绿、棕、蓝、粉、黑”的顺序击球。 $14 \times (1 + 7) + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 139$ (分)。

选手乙能得到的最高分是 139 分。