

⑦ 2021 年某 GD 附中入学数学真卷(五 A)

(满分:100 分 时间:60 分钟)

一、选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. (百分数的应用) 100 减少 10% 后,再增加 10%,其结果是()。

- A. 99 B. 100 C. 110 D. 119

2. (逻辑推理)有三个相同的骰子摆放如图,底面点数之和最小是()。

- A. 10 B. 11 C. 12 D. 无法判断

3. (三角形的性质)在一个三角形中,已知三个角的度数比是 2:3:6,这个三角形一定是()。

- A. 直角三角形 B. 锐角三角形 C. 钝角三角形 D. 不能确定

4. (浓度问题)甲容器中有浓度为 5% 的盐水 120 克,乙容器中有某种浓度的盐水若干。从乙中取出 480 克盐水,放入甲中混合成浓度为 13% 的盐水,则乙容器中的盐水浓度是()。

- A. 8% B. 12% C. 15% D. 10%

5. (几何图形面积)如图,四边形 ABCD、四边形 CEF G 均为正方形。已知 AD=4 厘米,连接 BD、DF、BF。则△BDF 的面积是()平方厘米。

- A. 7 B. 7.5 C. 8 D. 不能确定

二、填空题(每小题 3 分,共 30 分)

6. (百分数的应用)某班男生有 32 人,女生人数占全班 36%,则女生人数为_____。

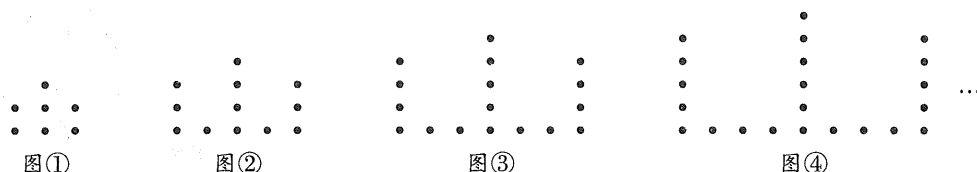
7. (圆柱体积)把圆柱侧面展开成长 18 cm 宽 12 cm 的长方形,这个圆柱的体积是_____cm³。(π 取 3)

8. (比)甲数的 $\frac{3}{5}$ 等于乙数的 $\frac{2}{3}$,乙数与甲数的比值是_____。

9. (几何体表面积)如图是由 18 个棱长为 2 厘米的小正方体拼成的,那么,该图在空间露出的表面积有_____平方厘米。(几何体底部贴地)

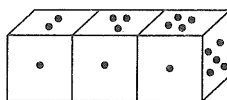
10. (公因数)把一张长 36 厘米,宽 16 厘米的长方形纸裁成同样大小,面积尽可能大的正方形,纸没剩余,最少可裁_____个。

11. (找规律)如图,图①,图②,图③,……是用围棋棋子摆成的一列具有一定规律的“山”字,则第 20 个“山”字中的棋子个数是_____。

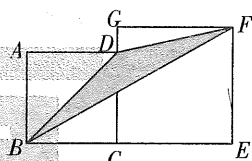


第 11 题图

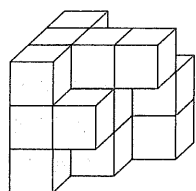
12. (商品经济)某种牙膏原价 15 元一盒,为了促销,降低了价格,销量增加了 2 倍,收入增加 $\frac{3}{5}$,则一盒牙膏降价_____元。



第 2 题图

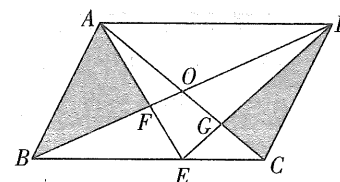


第 5 题图



第 9 题图

13. (几何图形的面积)如图,平行四边形 ABCD 的一边 AB 为 8,AB 上的高为 3,四边形 EFOG 的面积等于 2,则阴影部分的面积与平行四边形的面积之比是_____。



第 13 题图

14. (差倍问题)有一块铜重 400 克,有一块铁重 600 克,现在从铜和铁上各挖下一块质量相等的金属互换形成两块合金,结果这两块合金的铜铁比相等,那么挖下的那块相等的质量是_____克。

15. (辗转相除法)从一张长 2109 毫米,宽 627 毫米的长方形纸片上,剪下一个边长尽可能大的正方形,如果剩下的部分不是正方形,那么在剩下的纸片上再剪下一个边长尽可能大的正方形,按照上面的过程,不断地重复,最后剪得的正方形的边长是_____毫米。

三、解答题(共 55 分)

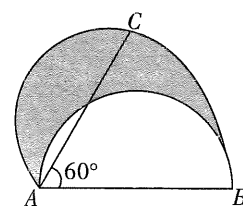
16. 计算题。(12 分)

(1) 计算: $\left[6\frac{1}{25} - \left(8.5 - \frac{3}{16}\right) \div 3.5\right] \times \left(1\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)$

(2) 用简便方法计算: $43.875 \times \frac{1}{2} + 57.125 \times \frac{1}{2} + 0.5 \times 99 - 0.5 \times 2$

(3) 解方程: $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}x = 5 + \frac{2}{3}$

17. 如图,直径为 3 厘米的半圆绕 A 逆时针旋转 60° 度 AB 到达 AC 的位置,求图中阴影部分的周长。(π 取 3.14)(5 分)

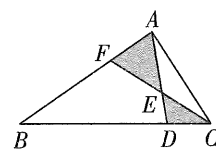


第 17 题图

18. (行程问题) 一辆卡车和一辆客车分别从甲、乙两城同时出发, 相向而行, 卡车到达乙城后立即返回, 客车到达甲城后也立即返回。已知卡车和客车的速度比为 $6:5$, 两车第一次相遇地点距第二次相遇地点 30 千米, 求甲、乙两城相距多少千米? (6 分)

19. (商品经济) 文具店以每支 4 元的价格进货 100 支钢笔, 卖出时每支标价 6 元, 当卖了一部分钢笔后, 剩余的钢笔打九折出售, 钢笔全部卖出时商店共盈利 188 元, 其中打九折出售的钢笔有几支? (6 分)

20. (三角形) 如图所示, 已知 $\triangle ABC$ 的面积等于 4, $FE = EC$, $AF = \frac{1}{3}AB$, 求阴影部分的面积。 (8 分)

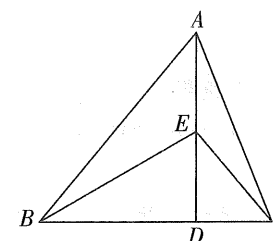


第 20 题图

21. (工程问题) 某工地用三种型号的卡车运送土方, 已知甲、乙、丙三种卡车载重量之比为 $10:7:6$, 速度比为 $3:4:5$, 运送土方的路程之比为 $15:14:14$, 三种车的辆数之比为 $10:5:7$, 工程开始时, 乙、丙两种车全部投入运输, 但甲种车只有一半投入, 直到 10 天后, 另一半甲种车才投入工作, 又干了 15 天才完成任务, 求甲种车完成的工作量与总工作量之比。 (8 分)

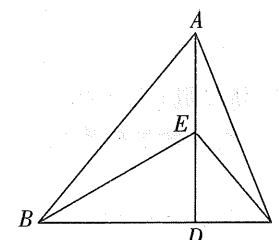
22. (组合图形求面积) 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上的任意一点, E 是线段 AD 上的任意一点, 分别设 $\triangle ABE$ 、 $\triangle AEC$ 、 $\triangle BED$ 、 $\triangle ECD$ 的面积为 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 。 (10 分)

- (1) 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $BD = 2DC$, 点 E 是线段 AD 上的中点, 如果 S_1 为 3 平方厘米, 求 S_4 。



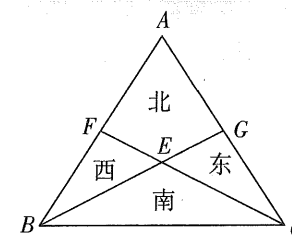
第 22 题图①

- (2) 如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, 线段 BD 长度与线段 CD 的长度之比是 $5:2$, E 是线段 AD 上任意一点, 分别求 $\frac{S_1}{S_2}$ 、 $\frac{S_3}{S_4}$ 的值。



第 22 题图②

- (3) 问题解决: 如图③, 有一块三角形草坪, 把它分成东、西、南、北四部分, 且东边那部分面积是 32 平方米, 如果修剪西、东、南各需 10 分钟、16 分钟、20 分钟, 那么北边那部分面积是多少平方米?



第 22 题图③

一、1. A 【解析】 $100 \times (1 - 10\%) \times (1 + 10\%) = 99$

2. B 【解析】从已知最多的地方入手。三个骰子上都出现点数1,又看出1的对面不可能是2,3,4,5,故1的对面是6,记作 $1 \leftrightarrow 6$,再看最后的骰子,5的对面不可能是4,当然也不可能是1,6,故5的对面可能为2或3。记作 $5 \leftrightarrow 2$ 或 $5 \leftrightarrow 3$,得到两种组合,结合图,底面点数之和为: $5 + 4 + 3 = 12$ 或 $4 + 5 + 2 = 11$,故底面点数之和最小是11。

3. C 【解析】三角形的内角和是 180° , $180^\circ \times \frac{6}{2+3+6} \approx 98.18^\circ > 90^\circ$,所以这个三角形一定是钝角三角形。

4. C 【解析】设乙容器中的盐水浓度为 $x\%$,则有 $\frac{120 \times 5\% + 480 \times x\%}{120 + 480} = 13\%$, $x = 15$,即乙容器中的盐水浓度是15%。

【考点42】浓度问题

将糖溶于水就得到了糖水,糖水甜的程度是由糖与糖水二者质量的比值决定的,糖与糖水质量的比值叫糖水的浓度,这个比值一般我们把它写成百分数。其中糖叫溶质,水叫溶剂,糖水叫溶液。不光是糖水中存在着浓度,我们日常生活中的盐水、酒精等溶液都存在着浓度的问题。

1. 浓度问题相关公式:

溶液 = 溶质 + 溶剂

浓度 = $\frac{\text{溶质}}{\text{溶液}} \times 100\% = \frac{\text{溶质}}{\text{溶质} + \text{溶剂}} \times 100\%$

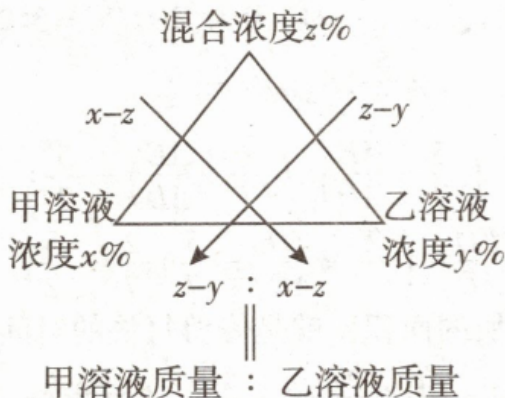
2. 解决浓度问题常用方法:

(1) 公式法

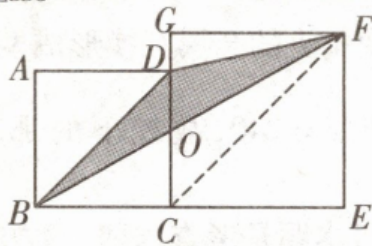
(2) 根据题意列方程解决浓度问题

(3) 十字交叉法:可用于溶液浓度的计算,例如溶液的稀释、浓缩或混合等计算题。

(4) 浓度三角法:



5. C 【解析】连接 CF , 则 CF 平行于 BD , $\therefore S_{\triangle DOF} = S_{\triangle BOC}$,
即 $S_{\text{阴影}\triangle BDF} = S_{\triangle BDC} = 4 \times 4 \div 2 = 8$ (平方厘米)。



第5题图

- 二、6. 18 【解析】全班人数为 $32 \div (1 - 36\%) = 50$ (人),
女生人数为 $50 - 32 = 18$ (人)。

7. 324 或 216 【解析】当圆柱底面圆的周长为 18 cm 时,
圆半径为 $18 \div 2 \div \pi = 3$ (cm), 其圆柱体积为 $3 \times 3^2 \times 12 = 324$ (cm³); 当圆柱底面圆的周长为 12 cm 时, 圆半径为 $12 \div 2 \div \pi = 2$ (cm), 其圆柱体积为 $3 \times 2^2 \times 18 = 216$ (cm³)

8. 0.9 【解析】由题知 $\frac{3}{5}$ 甲 = $\frac{2}{3}$ 乙, 所以乙: 甲 = $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = 9:10 = \frac{9}{10} = 0.9$ 。

9. 184 【解析】在空间露出的表面积上面有 8 个, 下面有 2 个, 前后有 9×2 个, 左右有 9×2 个, 共计表面积 $2 \times 2 \times (8 + 2 + 9 \times 2 + 9 \times 2) = 184$ (平方厘米)。

10. 36 【解析】求 36 和 16 的最大公因数 $4 \overline{) \begin{array}{r} 36 \\ 16 \end{array} } \begin{array}{r} 9 \\ 4 \end{array}$, $9 \times$

$4 = 36$, 即最少可栽 36 个。

【考点 12】分解质因数

(1) 概念:

把一个合数用质因数相乘的形式表示出来, 叫做分解质因数。

(2) 求最大公约数与最小公倍数一般采用分解质因数法, 相同质因数的乘积就是两者的最大公约数; 相同质因数的乘积和不同质因数的乘积的乘积就是最小公倍数。

11. 102 【解析】这是一道找规律的问题, 看到图①有棋子 7 个, 图②有 12 个, 图③有 17 个, $\dots$, 第 n 个图棋子个数为 $7 + 5(n - 1) = 5n + 2$, 故第 20 个“山”字中的棋子个数是 $5 \times 20 + 2 = 102$ (个)。

【考点 23】图形找规律

图形找规律的题型有填空题、选择题、探究与发现等。解这类问题的一般思路是全方位审图。在审图时, 可转换角度, “静”图“动”观, 即画画、转转、补补、算算等, 由形到数到式找出规律, 或正或反用规律, 即可解决问题。

12. 7 【解析】明确现在的收入 = 原来的收入 + 比原来增加了 $\frac{3}{5}$ 的收入, 设原来销量是“1”, 降了 x 元, 则

$$(15 - x) \times 1 \times (1 + 2) = 15 \times 1 \times \left(1 + \frac{3}{5}\right)$$

$$45 - 3x = 24$$

$$x = 7$$

故一盒牙膏降价 7 元。

13. 1:3 【解析】 $S_{\square ABCD} = 8 \times 3 = 24$, $S_{\triangle AOD} = \frac{1}{4} S_{\square ABCD} = 6$, $S_{\triangle AFO} + S_{\triangle DGO} = S_{\triangle AED} - S_{\triangle AOD} - S_{\text{四边形} EFOG} = \frac{1}{2} \times 24 - 6 - 2 = 12 - 8 = 4$, 所以 $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD} - (S_{\triangle AFO} + S_{\triangle DGO}) = 12 - 4 = 8$, 故 $S_{\text{阴影}} : S_{\square ABCD} = 8 : 24 = 1 : 3$ 。

14. 240 【解析】题中说“从铜和铁上各挖下一块质量相等的金属互换形成两块合金, 结果这两块合金的铜铁比都相等”, 那么两块合金放到一起, 其铜: 铁 = 400: 600 = 2: 3, 这就是两块合金的铜铁比, 设从铜和铁上各挖下一块 x 克的金属互换形成两块合金, 有 $\frac{400 - x}{x} = \frac{2}{3}$, 解得 $x = 240$, 故挖下的那块相等的质量是 240 克。

15. 57 【解析】本题是考查求两个数的最大公因数的方法, 除了短除, 分解质因数外, 还有一种方法就是辗转相除(或相减)法。
因为 $2109 = 627 \times 3 + 228$, 说明可以在长方形纸片上, 首先剪下 3 个边长为 627 毫米的正方形; 再次在剩下的长 627 毫米, 宽 228 毫米的长方形纸片上, 剪边长尽可能大的正方形, 因为 $627 = 228 \times 2 + 171$, 即再次剪下 2 个边长为 228 毫米的正方形; $228 = 171 \times 1 + 57$, 即在长 228 毫米, 宽 171 毫米的纸片上剪下 1 个边长为 171 毫米的正方形; $171 = 57 \times 3$, 即在长 171 毫米, 宽 57 毫米的长方形纸片上剪下 3 个边长为 57 毫米的正方形。故最后剪得的正方形的边长是 57 毫米。

$$\begin{aligned} \text{三、16. (1) 原式} &= [6.04 - (8.5 - 0.1875) \div 3.5] \times \frac{3}{2} \\ &= [6.04 - 8.3125 \div 3.5] \times \frac{3}{2} \\ &= (6.04 - 2.375) \times 1.5 \\ &= 3.665 \times 1.5 \\ &= 5.4975 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 原式} &= \frac{1}{2} \times (43.875 + 57.125 + 99 - 2) \\ &= \frac{1}{2} \times (101 + 97) \\ &= \frac{1}{2} \times 198 \\ &= 99 \end{aligned}$$

$$(3) \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}x = 5 + \frac{2}{3}$$

$$\text{解: } \frac{5}{4}x = \frac{17}{3}$$

$$x = \frac{17}{3} \times \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{68}{15}$$

17. 【解析】图中阴影部分的周长 = 圆的周长 + 60° 的圆周角所对弧 BC 的长

$$3.14 \times 3 + \frac{60 \times 3.14 \times 3}{180}$$

$$= 12.56(\text{厘米})$$

18. 【解析】两车第一次相遇后到第二次相遇, 这之间一共完成了两倍的距离长度, 即 $30 \div \left(\frac{6}{6+5} - \frac{5}{6+5} \right)$ 是

$$\text{两倍的城市距离, 所以甲、乙两城相距 } 30 \div \left(\frac{6}{6+5} - \frac{5}{6+5} \right) \div 2 = 165(\text{千米}).$$

19. 【解析】设打九折出售的钢笔有 x 支, 则 6 元卖出的有 $(100 - x)$ 支,

$$(6 \times 90\% - 4)x + (6 - 4) \times (100 - x) = 188$$

$$x = 20$$

即打九折出售的钢笔有 20 支。

20. 【解析】连接 FD

因为 $FE = EC$

所以 $S_{\triangle EDC} = S_{\triangle EFD}$ (等底同高)

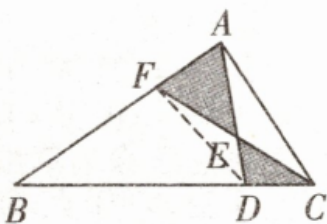
所以 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle AFD}$

又因为 $FE = EC$, 所以 $S_{\triangle FAE} = S_{\triangle AEC}$ (等底同高)

所以 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ADC}$

$\triangle AFD$ 和 $\triangle ABD$ 中, 因为 $AF =$

$$\frac{1}{3}AB$$



第 20 题图

$$\text{所以 } S_{\triangle AFD} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABD},$$

设 $S_{\triangle AFD} = 1$ 份, 则 $S_{\triangle ABD} = 3$ 份, $S_{\triangle ADC} = 1$ 份

而 $S_{\triangle ADC} = S_{\triangle AFD} = S_{\text{阴影}}$, 又因为 $S_{\triangle ABC} = 4$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4} \times 4 = 1.$$

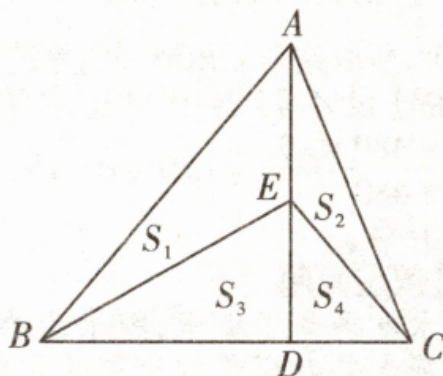
21. 【解析】工程问题, 重点考查了: 工作总量 = 工作效率 $\times$ 工作时间。

甲种车的一半干了 10 天,相当于所有甲种车干了 5 天;10 天后另一半车才投入,又干了 15 天,完成任务,相当于甲种车 10 辆共干了 $5 + 15 = 20$ 天,故甲、乙、丙三种车的工作时间之比为 $20:25:25 = 4:5:5$ 。甲、乙、丙三种车各一辆完成的工作量(工效)之比为 $\frac{10 \times 3}{15} : \frac{7 \times 4}{14} : \frac{6 \times 5}{14} = 14:14:15$

根据,每天运送的量 $\times$ 车辆数 $\times$ 工作天数 = 工作总量,得甲、乙、丙三种车完成的工作量之比为 $(14 \times 10 \times 4) : (14 \times 5 \times 5) : (15 \times 7 \times 5) = 16:10:15$,故甲种车完成的工作量:总工作量 $= 16 : (16 + 10 + 15) = 16:41$ 。

22. 【解析】

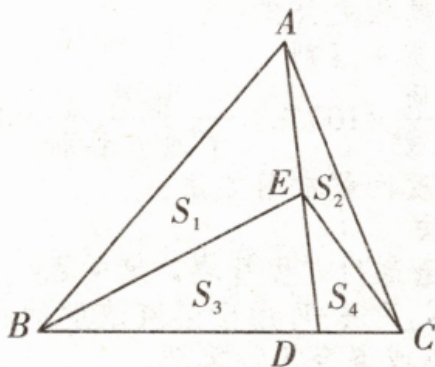
(1)



第 22 题图①

如图①,因为 E 为 AD 的中点,所以 $S_1 = S_3$,而 $S_1 = 3 \text{ cm}^2$,所以 $S_3 = 3 \text{ cm}^2$,同理 $S_2 = S_4$;又因为 $BD = 2DC$,所以 $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD} = 3 \text{ cm}^2$,则 $S_4 = 1.5 \text{ cm}^2$ 。

(2)



第 22 题图②

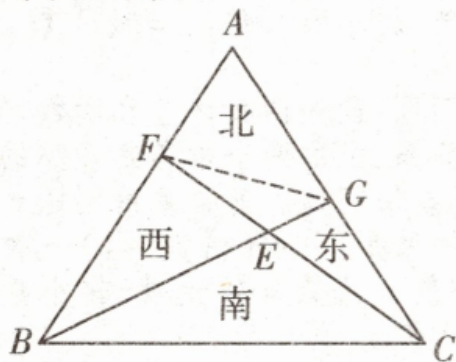
如图②,设 $S_{\triangle ABC} = 1$,因为 $BD:DC = 5:2$,所以 $S_{\triangle ABD} = \frac{5}{7}$, $S_{\triangle ADC} = \frac{2}{7}$ 。

$$\begin{aligned} \text{则 } \frac{S_1}{S_2} &= \left(\frac{5}{7} \times \frac{AE}{AD} \right) : \left(\frac{2}{7} \times \frac{AE}{AD} \right) = \frac{5}{7} : \frac{2}{7} = \frac{5}{2}, \frac{S_3}{S_4} = \\ &= \left(\frac{5}{7} \times \frac{ED}{AD} \right) : \left(\frac{2}{7} \times \frac{ED}{AD} \right) = \frac{5}{7} : \frac{2}{7} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

(3) 每块的面积比就是修剪每块的时间比,连接 FG

$$\text{则 } \frac{S_{\triangle FEG}}{S_{\triangle GEC}} = \frac{FE}{EC} = \frac{S_{\triangle FEB}}{S_{\triangle EBC}} = \frac{10}{20}, \text{ 又因为修剪 } \triangle GEC \text{ 需 } 16$$

分钟,所以修剪 $\triangle FEG = \frac{16 \times 10}{20} = 8$ (分钟),由 $S_{\triangle GEC} = 32$ 平方米,需修剪 16 分钟,知 $S_{\triangle FGE} = 16$ 平方米,设修剪 $\triangle AFG$ 需 x 分钟。故 $\frac{S_{\triangle AFG}}{S_{\triangle GFC}} = \frac{AG}{GC} = \frac{S_{\triangle ABG}}{S_{\triangle GBC}} = \frac{x + 8 + 10}{16 + 20}$,修剪 $\triangle GFC$ 需要 $8 + 16 = 24$ (分钟),所以 $(16 + 20)x = (x + 18) \times 24$,解得 $x = 36$ 。故北边部分四边形 $AFEG$ 修剪需 $36 + 8 = 44$ (分钟),共 $44 \times (32 \div 16) = 88$ (平方米)。



第 22 题图③