

⑩ 2021 年某 GD 附中 入学数学真卷(七)

(满分:100 分 时间:70 分钟)

一、选择题(每小题 3 分,共 12 分)

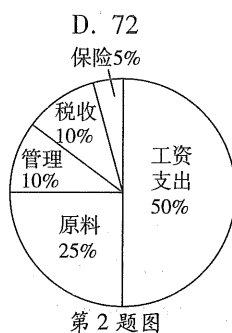
1. (差倍问题)甲、乙两数之和是甲数的 $3\frac{2}{3}$ 倍,且比乙数大 27,

这两个数相差()

A. 27 B. 45 C. 18

2. (扇形统计图)如图,是某企业 6 月份各项支出金额占该月总支出金额的比例情况统计图,该月总支出金额为 40 万元,7 月份由于原料提价,需要增加 1 万元支出,如果在总支出金额不变的情况下,压缩管理支出,那么 7 月份绘制的统计图中,管理支出所占区域的扇形圆心角度数为()

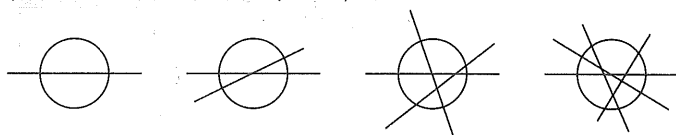
A. 25° B. 27°
C. 30° D. 36°



3. (最小公倍数)同学们去敬老院帮助老人打扫卫生,每组 6 人或 8 人都正好不多也不少,去敬老院打扫卫生的同学至少有()

A. 2 B. 14 C. 24 D. 48

4. (图形找规律)平面上 5 条直线最多能把圆的内部分成 _____ 部分,平面上 100 条直线最多能把圆的内部分成 _____ 部分,则对应正确的答案是()

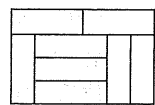


第 4 题图

A. 16,5051 B. 16,5015 C. 15,5051 D. 15,5015

二、填空题(每小题 4 分,共 28 分)

5. (图形切拼)如图,用 8 块相同的长方形地砖拼成一个宽为 60 cm 的矩形地面,则每块长方形地砖的长是 _____ cm。



第 5 题图

6. (可能性)北京地铁二号线内环列车,平均每隔 4 分钟就有一列列车经过某地铁站,一列列车从该站开出环行 40 分钟回到该站,已知该线上有 6 列新的列车,其余为原来的列车,小明从该车站乘内环列车,那么小明乘坐的新列车的可能性是 _____。

7. (最值问题)一个三位数除以 47,商是 A,余数是 B(A、B 都是自然数),那么 A+B 的最大值为 _____。

8. (相遇问题)甲、乙两车同时从 A、B 两地相向而行,它们相遇时距 A、B 两地中心处 8 千米,已知甲车速度是乙车的 1.2 倍,则 A、B 两地的距离是 _____ 千米。

9. (经济问题)某体育用品商店进了一批篮球,分一级品和二级品。二级品的进价比一级品便宜 20%。按优质优价的原则,一级品按 20% 的利润率定价,二级品按 15% 的利润率定价,一级品篮球比二级品篮球每个贵 14 元。一级品篮球的进价是每个 _____ 元。

10. (四则运算与数的分解) $\Delta + \Delta = a, \Delta - \Delta = b, \Delta \times \Delta = c, \Delta \div \Delta = d, a + b + c + d = 100, \Delta$ 是自然数,那么 $\Delta =$ _____。

11. (找规律) n 个连续自然数按规律排成下表:

0	3	4	7	8	11	...
↓	↑	↓	↑	↓	↑	
1	2	5	6	9	10	

这样,从 2003 到 2005,箭头的方向应为 _____。

三、解答题(共 60 分)

12. 计算。(4 分)

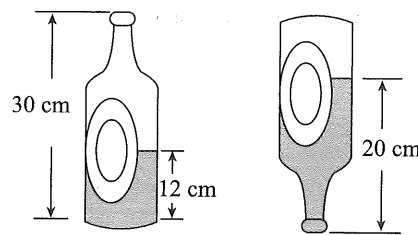
$$22.5 \div \left[\frac{5}{8} - \left(\frac{3}{8} + 0.425 \right) \div 1 \frac{4}{5} \right]$$

13. 简便计算。(4 分)

$$333387 \frac{1}{2} \times 79 + 790 \times 66661 \frac{1}{4}$$

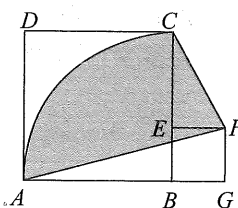
14. (定义新运算)规定: $a \times b = a \times (a + b)$,若 $2 \times (3 \times x) = 2014$,求式子中的 x。(5 分)

15. (等体积转换)如图,一个啤酒瓶的高度为 30 cm,瓶中装有高度为 12 cm 的水,将瓶盖盖好后倒置,这时瓶中水面高度为 20 cm,求瓶中水的体积和瓶子的容积之比。(瓶底的厚度不计)(6 分)



第 15 题图

16. (组合图形求面积)如图,正方形 ABCD 的边长为 4 cm,点 E 在 BC 上,四边形 EFGC 也是正方形,以 B 为圆心,BA 长为半径画弧 AC,连接 AF、CF,求图中阴影部分的面积。(π 取 3.14)(6 分)



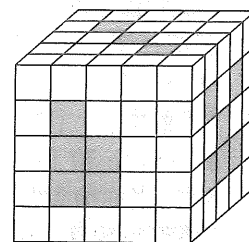
第 16 题图

17. (工程问题)师徒两人合作完成一项工程,由于配合得好,师傅的工作效率比单独做时要提高 $\frac{1}{10}$,徒弟的工作效率比单独

做时提高 $\frac{1}{5}$,两人合作 6 天,完成全部工程的 $\frac{2}{5}$,接着徒弟又

单独做 6 天,这时这项工程还有 $\frac{13}{30}$ 未完成,如果这项工程由师傅一人做,几天完成?(8 分)

18. (计数原理)如图,原来的大正方体是由 125 个小正方体所构成的。其中有些小正方体已经被挖除,图中涂灰色的部分就是贯穿整个大正方体的挖除部分,请问剩下的部分共有多少个小正方体?(8 分)



第 18 题图

19. (钟表问题)雨后初晴,小方同几个伙伴八点多上山采蘑菇,临出门他一看钟,时针与分针正好是重合的,下午两点多他回到家里,一进门看钟的时针与分针方向相反,正好成一直线,问小方采蘑菇是几点去,几点回到家的?共用了多少时间?(9 分)

20. (最小公倍数与植树问题)慢车站每 30 千米一站,快车站每 50 千米一站,A、B 都同是慢车站和快车站。同是慢车站和快车站的站点设有一家商店。从 A 地到 B 地的途中一共设有 7 家商店。问:(10 分)

(1)从 A 地到 B 地的距离至少有多少千米?

(2)若相邻两车站间的距离大于 25 千米的地段的中点设一维修点,那么从 A 到 B 的途中至少设有多少维修点?

- 一、1. B 【解析】根据甲、乙两数之和比乙数大 27, 可得甲数为 27, 则两数之和为 $27 \times 3 \frac{2}{3} = 99$, 乙数为 $99 - 27 = 72$, 所以这两个数相差 $72 - 27 = 45$ 。

【考点 35】和差倍问题

①和倍问题: 已知两个数的和与它们之间的倍数关系, 求这两个数各是多少的问题, 叫作和倍问题。解答和倍问题的基本数量关系是: $\text{和} \div (\text{倍数} + 1) = \text{较小数}$, $\text{较小数} \times \text{倍数} = \text{较大数}$, $\text{和} - \text{较小数} = \text{较大数}$ 。

②差倍问题: 已知两数之差和两数之间的倍数关系, 求这两个数各是多少的问题, 叫作差倍问题。解答差倍问题的基本数量关系是: $\text{差} \div (\text{倍数} - 1) = \text{较小数}$, $\text{较小数} \times \text{倍数} = \text{较大数}$, $\text{较小数} + \text{差} = \text{较大数}$ 。

③和差问题: 已知两个数的和与差, 求出这两个数各是多少的问题, 叫作和差问题。解答和差问题的基本数量关系是: $(\text{和} - \text{差}) \div 2 = \text{较小数}$, $(\text{和} + \text{差}) \div 2 = \text{较大数}$ 。

2. B 【解析】6 月份管理支出金额为 $40 \times 10\% = 4$ (万元), 所以如果在总支出金额不变的情况下, 压缩管理支出, 则七月份的管理支出为 $4 - 1 = 3$ (万元), 7 月份绘制的统计图中, 管理支出所占区域的扇形圆心角度数为 $\frac{3}{40} \times 360^\circ = 27^\circ$ 。

3. C 【解析】根据题意可知, 每组 6 人或 8 人都正好不多也不少, 即求 6 和 8 的最小公倍数, $[6, 8] = 24$, 所以去敬老院打扫卫生的同学至少有 24 人。

【考点 13】数的整除

(1) 把一个合数分解质因数, 通常用短除法。先用能整除这个合数的质数去除, 一直除到商是质数为止, 再把除数和商写成连乘的形式。

(2) 求几个数的最大公约数的方法是: 先用这几个数的公约数连续去除, 一直除到所得的商只有公约数 1 为止, 然后把所有的除数连乘求积, 这个积就是这几个数的最大公约数。

(3) 求几个数的最小公倍数的方法是: 先用这几个数 (或其中的部分数) 的公约数去除, 一直除到互质 (或两两互质) 为止, 然后把所有的除数和商连乘求积, 这个积就是这几个数的最小公倍数。

(4) 成为互质关系的两个数: 1 和任何自然数互质; 相邻的两个自然数互质; 当合数不是质数的倍数时, 这个合数和这个质数互质; 两个合数的公约数只有 1 时, 这两个合数互质。

4. A 【解析】由题图可知 1 条直线最多能将圆的内部分成 $1+1=2$ 部分; 2 条直线最多能将圆的内部分成 $1+1+2=4$ 部分; 3 条直线最多能将圆的内部分成 $1+1+2+3=7$ 部分; 4 条直线最多能将圆的内部分成 $1+1+2+3+4=11$ 部分; 5 条直线最多能将圆的内部分成 $1+1+2+3+4+5=16$ 部分。则 n 条直线最多能将圆的内部分成 $1+1+2+3+4+5+\cdots+n=1+\frac{n(n+1)}{2}$ 部分, 所以 100 条直线最多能将圆的内部分成 $1+\frac{100 \times (100+1)}{2}=5051$ 部分。

- 二、5. 45 【解析】由题图可知, 每块长方形地砖的长是宽的 3 倍, 铺成的矩形地面的宽是 60 cm, 则每块长方形地砖的长 + 宽 = 60 cm, 所以地砖的宽为 $60 \div 4 = 15(\text{cm})$, 长为 $15 \times 3 = 45(\text{cm})$ 。

6. $\frac{3}{5}$ 【解析】一列列车从该站开出环行 40 分钟回到该站, 平均每隔 4 分钟就有一列列车经过某地铁站, 所以该线上应该有 $40 \div 4 = 10$ (列) 列车, 因为该线上有 6 列新的列车, 所以乘坐新列车的可能性是 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ 。

7. 66 【解析】除数是 47, 则余数最大是 46, 因为 $47 \times 21 = 987$; $47 \times 22 = 1034$, 所以当被除数是 986 时, $986 \div 47 = 20 \cdots 46$, $A+B=20+46=66$ 。

8. 176 【解析】甲、乙两车的速度比为 $1.2:1=6:5$, 相遇时甲车行了全程的 $\frac{6}{6+5} = \frac{6}{11}$, 乙车行了全程的 $\frac{5}{6+5} = \frac{5}{11}$, 它们相遇时距 A、B 两地中心处 8 千米, 即甲车比乙车多行了 $8 \times 2 = 16$ (千米), 则 A、B 两地的距离为 $16 \div \left(\frac{6}{11} - \frac{5}{11} \right) = 16 \div \frac{1}{11} = 176$ (千米)。

9. 50 【解析】设一级品的进价是 x 元, 一级品的售价是 $(1+20\%) \times x$ 元; 二级品的进价是 $(1-20\%) \times x$ 元, 二级品的售价是 $(1-20\%) \times x \times (1+15\%)$ 元, 根据题意可列方程: $(1+20\%) \times x - (1-20\%) \times x \times (1+15\%) = 14$, 解得 $x = 50$, 所以一级品篮球的进价是每个 50 元。

【考点 45】商品问题

商业中的数学, 是百分数应用问题中的一种, 也是入学考试出现频率最高的问题之一。涉及的知识点可概括为三种价、两种率。

- 三种价: 1. 进价, 又叫买价、成本价、批发价
2. 售价, 又叫卖价、零售价
3. 定价, 又叫标价

三种价之间的关系: 售价 - 进价 = 利润

$$\text{售价} = \text{进价} \times (1 + \text{利润率})$$

$$\text{售价} = \text{定价(标价)} \times \text{折数}$$

$$\text{进价} = \text{售价} \div (1 + \text{利润率})$$

两种率: 1. 利润率。利润占成本的百分数, 即

$$\frac{\text{售价} - \text{进价}}{\text{进价}} \times 100\% = \text{利润率}$$

2. 折数(打折或折扣)。售价占定价的百分数, 即折数

$$= \frac{\text{售价}}{\text{定价}} \times 100\%$$

10. 9 【解析】由题意得 $a = 2\Delta, b = 0, c = \Delta^2, d = 1$, 所以 $a + b + c + d = 2\Delta + 0 + \Delta^2 + 1 = 100, 2\Delta + \Delta^2 = 99, \Delta \times (2 + \Delta) = 99$, 因为 $9 \times (9 + 2) = 99$, 所以 $\Delta = 9$ 。

11. $\rightarrow \downarrow$ 【解析】由表中可得, 从 0 开始每 4 个数后面的箭头方向为一个循环, $2003 = 500 \times 4 + 3, 2004 = (500 + 1) \times 4, 2005 = (500 + 1) \times 4 + 1$, 则 2003 是一组中的第四个数, 2004 是下一组中的第一个数, 2005 是第二个数, 所以箭头方向为 $\rightarrow \downarrow$ 。

$$\begin{aligned} \text{三、12. 【解析】原式} &= 22.5 \div \left(\frac{5}{8} - 0.8 \times \frac{5}{9} \right) \\ &= 22.5 \div \left(\frac{5}{8} - \frac{4}{9} \right) \\ &= 22.5 \div \frac{13}{72} \\ &= 22.5 \times \frac{72}{13} \\ &= \frac{1620}{13} \end{aligned}$$

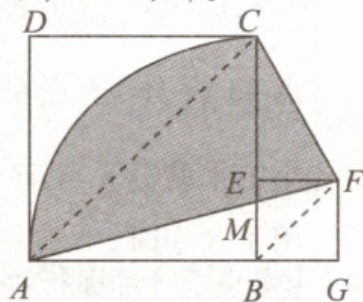
$$\begin{aligned} \text{13. 【解析】原式} &= 333387 \frac{1}{2} \times 79 + 79 \times 10 \times 66661 \frac{1}{4} \\ &= 333387 \frac{1}{2} \times 79 + 79 \times 666612 \frac{1}{2} \\ &= 79 \times \left(333387 \frac{1}{2} + 666612 \frac{1}{2} \right) \\ &= 79 \times 1000000 \\ &= 79000000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{14. 【解析】由题意可得 } 3 \circledast x &= 3 \times (3 + x) = 9 + 3x, \\ 2 \circledast (3 \circledast x) &= 2 \circledast (9 + 3x) = 2 \times (2 + 9 + 3x) = \\ &= 22 + 6x, \\ \text{即 } 22 + 6x &= 2014 \\ 6x &= 1992 \\ x &= 332 \end{aligned}$$

15. 【解析】设啤酒瓶的底面积为 $S \text{ cm}^2$,
 则左图 $V_{\text{水}} = 12S \text{ cm}^3$,
 右图 $V_{\text{空}} = (30 - 20) \times S = 10S (\text{cm}^3)$,
 因为 $V_{\text{瓶}} = V_{\text{水}} + V_{\text{空}} = 12S + 10S = 22S (\text{cm}^3)$,
 所以 $V_{\text{水}} : V_{\text{瓶}} = 12S : 22S = 6 : 11$.
 瓶中水的体积和瓶子的容积之比为 6:11.

【点拨】虽然啤酒瓶的形状不规则,但是瓶子的下部分可视为圆柱体,由于瓶子的容积 $V_{\text{瓶}}$ 不变,瓶中水的体积 $V_{\text{水}}$ 也不变,故可将左图上部分不规则的空气体积 $V_{\text{空}}$ 用右图上部分规则的空气体积 $V_{\text{空}}$ 来代替,从而得出 $V_{\text{瓶}}$ 与 $V_{\text{水}}$ 之间的关系,继而得解。

16. 【解析】设正方形 $BGFE$ 的边长是 a , 即 $BG = BE = EF = FG = a$, 则 $CE = 4 - a$, $AG = 4 + a$, 所以阴影部分的面积是: $S = S_{\triangle CEF} + S_{\text{正方形}BGFE} +$



第 16 题图

$$S_{\text{扇形}BAC} - S_{\triangle AGF} = \frac{1}{2} \times a \times (4 - a) + a^2 + \frac{90\pi \times 4^2}{360} - \frac{1}{2} \times$$

$$(4 + a) \times a = 4\pi = 12.56 (\text{平方厘米})$$

图中阴影部分的面积为 12.56 平方厘米。

【考点 22】面积计算技巧

求阴影部分的面积是小升初考试中一种常见的题型。此类题要求认真审图,找出等量关系。设一个或几个字母参加列式运算,不求字母的值作整体构造、整体代换,字母仅起到搭桥作用,又称为“参数法”。

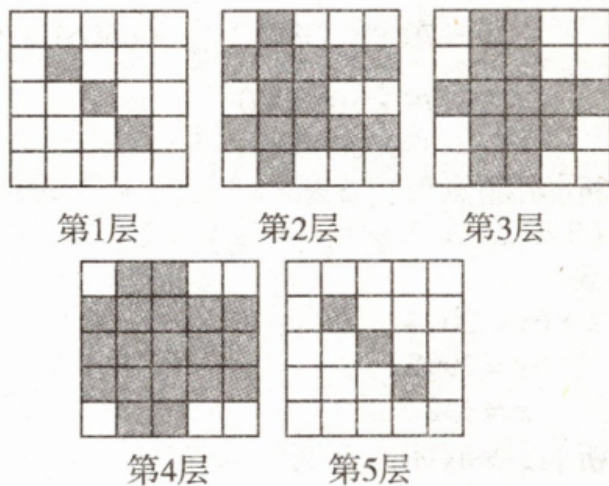
17. 【解析】设这项工程的总工作量为单位“1”,则徒弟单独做 6 天完成: $1 - \frac{2}{5} - \frac{13}{30} = \frac{1}{6}$, 徒弟单独做的效率: $\frac{1}{6} \div 6 = \frac{1}{36}$, 合作时徒弟的效率: $\frac{1}{36} \times \left(1 + \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{30}$, 合作时徒弟完成的工程量: $\frac{1}{30} \times 6 = \frac{1}{5}$. 合作时师傅完成的工程量: $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$, 合作时师傅的效率: $\frac{1}{5} \div 6 = \frac{1}{30}$, 师傅单独做的效率: $\frac{1}{30} \div \left(1 + \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{33}$, 师傅单独做需要的时间: $1 \div \frac{1}{33} = 33 (\text{天})$.

这项工程由师傅一人做需要 33 天完成。

【点拨】根据两人合作 6 天完成了全部工程的 $\frac{2}{5}$, 徒弟单独干 6 天, 这时这项工程还有 $\frac{13}{30}$ 未完成, 即可得出徒弟单独干 6 天完成的工程量。根据“工作效率 = 工作量 \div 天数”可得徒弟单独做的工作效率以及合作时的工作效率, 从而得出师傅单干时的效率及师傅

单独完成需要的天数。

18. 【解析】将此立体图形切成一层一层的,俯视图如下,



第 18 题图

第 1 层到第 5 层剩下的小正方体共有: $22 + 11 + 11 + 6 + 22 = 72$ (个)。

剩下的部分共有 72 个小正方体。

19. 【解析】分针每分钟转 6° , 时针每分钟转 0.5° , 出门时的时间: $8 \times 30^\circ \div (6^\circ - 0.5^\circ) = 43 \frac{7}{11}$ (分钟), 即 8 点 $43 \frac{7}{11}$ 分出门。回家的时间: $(180^\circ + 2 \times 30^\circ) \div (6^\circ - 0.5^\circ) = 43 \frac{7}{11}$ (分钟), 即 14 点 $43 \frac{7}{11}$ 分回家, 所以 14 点 $43 \frac{7}{11}$ 分 - 8 点 $43 \frac{7}{11}$ 分 = 6 (小时)。

小方采蘑菇 8 点 $43 \frac{7}{11}$ 分去, 14 点 $43 \frac{7}{11}$ 分回到家, 共用了 6 小时。

【考点 54】钟面行程

1. 含义: 就是研究钟面上时针与分针关系的问题, 如两针重合、两针垂直、两针成一线、两针夹角为 60° 度等, 这类问题可转化为行程问题中的追及问题。

2. 数量关系

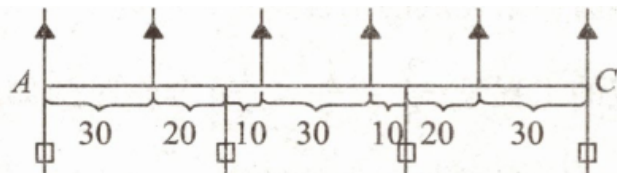
分针的速度是时针的 12 倍, 二者的速度差为 $5.5^\circ/\text{分}$ 。通常按追及问题来对待, 也可以按差倍问题来计算。

3. 解题思路和方法

两针重合, 两针垂直, 两针成一线, 两针夹角为 60° 等“追及问题”可以直接利用公式计算。

20. 【解析】(1) 从 A 地到 B 地共有 $7 + 1 = 8$ (个) 间隔, 30 与 50 的最小公倍数是 150, 所以 A 地到 B 地的距离至少有 $8 \times 150 = 1200$ (千米)。

(2) 从 A 地到 B 地途中 7 个商店将全程分为 8 等份, 每个等份中快车站、慢车站的设置完全相同, 设第 1 个商店为 C 点, 则 $AC = 150$ 千米。如图, \blacktriangle 代表慢车站, \square 代表快车站。



第 20 题图

由解图可知,相邻两站的路程为 30 千米的有 3 段,为 20 千米的有 2 段,为 10 千米的有 2 段,所以相邻两站路程大于 25 千米的有 3 段,所以在 AC 这一路段上应该设 3 个维修点,则全程应设维修点 $3 \times 8 = 24$ (个)。从 A 地到 B 地途中至少设有 24 个维修点。

【点拨】(1) 计算从 A 地到 B 地的路程,可知途中的 7 个商店将全程分成了 $(7 + 1)$ 个间隔,每个间隔长度都是 30 与 50 的最小公倍数,计算即可得解;(2) 途中 7 个商店将全程分成了 8 等份,求出每等份中的维修点数量即可。根据每两个快车站、每两个慢车站的间距,分别求出每两个车站间距,找出距离大于 25 千米的地段,即可得解。