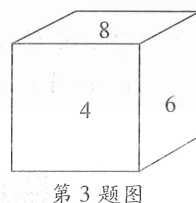
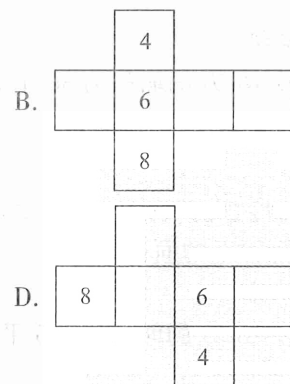
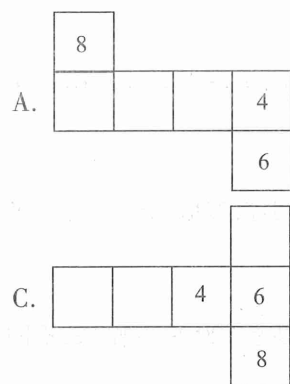


# ⑮ 2021 年某 GD 附中入学数学真卷(复试)

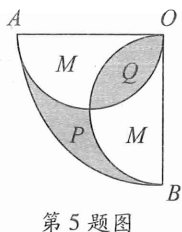
(满分:100 分 时间:60 分钟)

## 一、选择题(共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分)

- (可能性)袋子里有 4 个白球、3 个黄球和 1 个红球(球的大小和形状一样),从中任意摸出 1 个,摸到黄球的可能性是( )  
A. 37.5% B. 12.5% C. 30% D. 50%
- (浓度问题)用 15 克盐配制成含盐率为 5% 的盐水,需加水多少克? 正确的列式是( )  
A.  $15 \times 5\% + 15$  B.  $15 \div 5\% - 15$  C.  $15 \div 5\% + 15$  D.  $15 \times 5\% - 15$
- (正方体展开图)如图有一个正方体,它的展开图可能是下面四个展开图中的( )



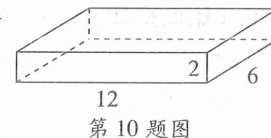
- (周期规律)观察下列算式: $3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^5 = 243, 3^6 = 729, \dots$ , 根据上述算式中的规律,你认为  $3^{2021}$  的末位数字是( )  
A. 1 B. 3 C. 7 D. 9
- (组合图形求面积)扇形  $OAB$  的圆心角为  $90^\circ$ , 分别以  $OA, OB$  为直径在扇形内作半圆,  $P$  和  $Q$  分别表示两个阴影部分的面积, 那么  $P$  和  $Q$  的大小关系是( )  
A.  $P > Q$  B.  $P = Q$   
C.  $P < Q$  D. 无法确定



## 二、填空题(共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

- (比例)两个相关联的数  $x, y$ , 满足  $\frac{1}{6}x = \frac{1}{7}y$ , 那么  $x$  与  $y$  成\_\_\_\_\_比例,  $x:y =$ \_\_\_\_\_。
- (数的运算)一个数除以 6 所得的余数和商相同, 并且各个数位上的数字和最小, 这个数是\_\_\_\_\_。
- (百分数应用)有一堆含水量为 30% 的稻谷, 日晒一段时间以后, 含水量降为  $\frac{1}{11}$ , 现在这堆稻谷的重量是原来的\_\_\_\_\_%。
- (最大公因数)把一张长 20 厘米, 宽 16 厘米的长方形纸裁成同样大小, 面积尽可能大的正方形, 纸没剩余, 最少可裁\_\_\_\_\_个。

- (长方体表面积)如图, 有两个相同的长方体纸盒, 它们的长、宽、高分别是 12 cm, 6 cm, 2 cm, 现要用这两个纸盒搭成一个大长方体, 搭成的大长方体的表面积最大值为\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。



- (位值原理)一个两位数其十位上的数字与个位上的数字交换以后, 所得到的两位数比原来小 36, 则满足条件的两位数共有\_\_\_\_\_个。
- (经济问题)某玩具商店在一次买卖中卖出甲、乙两件玩具, 每件都以 180 元的价格售出, 但甲盈利 20%, 乙却亏本 20%, 则在这次买卖中, 商店\_\_\_\_\_ (填“亏本”或“盈利”)了\_\_\_\_\_元。
- (逻辑推理)在一次师生同台的课本剧表演活动中, 学生和老师共 54 人, 已知学生人数比老师人数的两倍还多, 女生比男生多, 女老师比女生少 5 人, 至少有 3 名男老师, 那么这 54 人中, 女生至少\_\_\_\_\_人。
- (错车问题)快、慢两列火车的长分别是 150 米和 200 米, 它们相向而行在平行轨道上。坐在慢车上的人见快车通过此人窗口的时间是 6 秒, 则坐在快车上的人见慢车通过此人窗口所用的时间是\_\_\_\_\_秒。
- (分数应用)一位工人要将一批货物运上山, 假定运了 5 次, 每次的搬运量相同, 运到的货物比这批货物的  $\frac{3}{5}$  多一些, 比  $\frac{3}{4}$  少一些, 按这样的运法, 他运完这批货物最多共要运\_\_\_\_\_次。

## 三、解答题(共 7 小题,共 55 分)

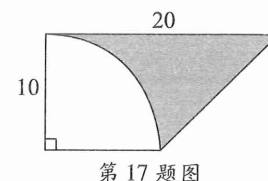
- 计算题。(每小题 4 分,共 12 分)

(1) 计算:  $18 - 3\frac{1}{8} \div \left(1\frac{2}{3} - 0.625\right) \times \left(1.6 + 2\frac{1}{3}\right)$

(2) 简便计算:  $2\frac{1}{6} + \left(4\frac{8}{25} \times \frac{3}{5} + 1.68 \times \frac{3}{5}\right) \div 2\frac{2}{5}$

(3) 解方程:  $\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}x + 1$

- (组合图形求面积)求阴影部分的面积(单位:厘米)。(5 分)

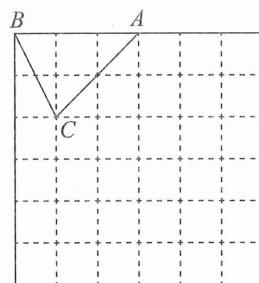


18. (比的应用)有大、小两筐苹果,大苹果与小苹果单价的比是5:4,其重量比是2:3,把两筐苹果混合在一起成100千克的混合苹果,单价为每千克8.8元。大、小两筐苹果原来的单价各是多少?(6分)

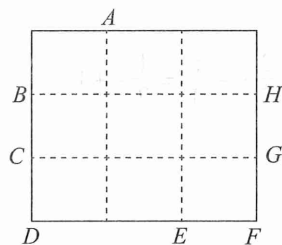
19. (行程问题)甲队和乙队从同一地点同时出发,到27千米远的体育馆参加比赛,同时有一辆车和两队从同一地点出发接送队员,一次只能乘坐一个队的队员,甲队的步行速度是每小时6千米,乙队的步行速度是每小时3千米,汽车的速度是每小时42千米。为了尽快到达体育馆,那么甲队步行的距离是多少千米?(6分)

20. (图形操作)按要求作图:(8分)

- (1)如图①,在边长为2个单位长度的小正方形组成的网格中,三角形ABC的顶点A、B、C在小正方形的顶点上,将三角形ABC向下平移4个单位、再向右平移4个单位得到三角形 $A_1B_1C_1$ ,在网格中画出三角形 $A_1B_1C_1$ 。
- (2)在正方形网格图②中每个小正方形的边长为2个单位长度,画两个等腰三角形,要求:每个等腰三角形的一个顶点为格点A,其余顶点从格点B、C、D、E、F、G、H中选取,且所画的两个三角形面积不等,并求出较大三角形的面积。



图①



图②

第20题图

21. (流水行船)一艘轮船顺流航行210千米、逆流航行120千米时共用了16小时;当这艘轮船顺流航行180千米、逆流航行216千米时共用了20小时。船的速度为多少?如果两个码头相距240千米,则轮船往返一次需要多少小时?(8分)

22. (图形探究)问题发现:(10分)

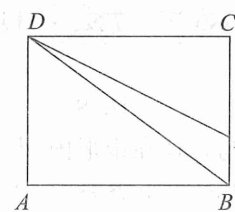
- (1)如图①,长方形ABCD的面积为36平方厘米,点F在BC上,且 $BF:CF=1:2$ ,则三角形BDF的面积为\_\_\_\_\_平方厘米。

问题拓展:

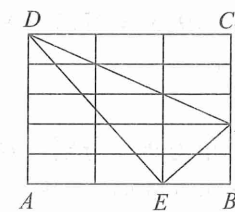
- (2)如图②,将长方形ABCD划分成15个相同的小长方形,若每个小长方形的面积为2平方厘米,求三角形DEF的面积。

问题解决:

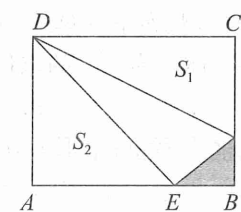
- (3)如图③,长方形ABCD的面积是360平方厘米, $S_1$ 与 $S_2$ 的面积都是120平方厘米,求阴影部分的面积。



图①



图②



图③

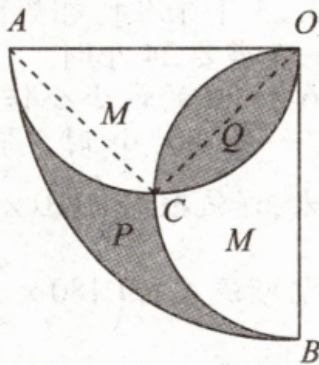
第22题图

- 一、1. A 【解析】袋子中一共有球  $4 + 3 + 1 = 8$  (个), 摸到黄球的可能性是  $3 \div 8 \times 100\% = 37.5\%$ 。
2. B 【解析】根据题意可得有 15 克盐, 配制的盐水含盐率是 5%, 则需要盐水  $15 \div 5\%$ , 那么需要加水  $15 \div 5\% - 15$ 。
3. C 【解析】由图可知正方体的 4, 6, 8 三个面两两互为邻面, A 选项 6, 8 是相对的面, 排除; B 选项 4, 8 是相对的面, 排除; D 选项 6, 8 是相对的面, 排除, 选项 C 符合 4, 6, 8 三个面两两互邻。
4. B 【解析】观察算式可以发现 3 的若干次方的末位是按 3, 9, 7, 1 的顺序依次出现的, 每 4 个数为一个周期,  $2021 \div 4 = 505 \cdots 1$ , 所以应该是第 506 个周期的第 1 个数, 末位是 3。

#### 【考点 41】周期问题

解答周期问题的关键是找规律, 找出周期。确定周期后, 用总量除以周期。如果正好有整数个周期, 结果为周期里的最后一个; 如果比整数个周期多  $n$  个, 那么结果为下一个周期里的第  $n$  个; 如果不是从第一个开始循环, 可以从总量里减掉不是循环的个数后, 再继续算。

5. B 【解析】如图,



第 5 题图

连接 AC、OC, 假设  $AO = 2$ ,  $Q$  的面积 = 以  $AO$  为直径的半圆的面积 - 三角形  $ACO$  的面积,  $Q = 3.14 \times 1^2 \div 2 - 2 \times 1 \div 2 = 0.57$ ;  $P$  的面积 = 扇形  $OAB$  的面积 - 两个半圆的面积 +  $Q$  的面积,  $P = 3.14 \times 2^2 \div 4 - 3.14 \times 1^2 + 0.57 = 0.57$ , 所以  $P = Q$ 。

- 二、6. 正 6:7 【解析】由  $\frac{1}{6}x = \frac{1}{7}y$  得  $x:y = \frac{1}{7}:\frac{1}{6} = 6:7 = \frac{6}{7}$ , 所以  $x$  与  $y$  成正比例。

7. 21 【解析】假设商是  $x$ , 那么余数是  $x$ , 则被除数 =  $6x + x = 7x$ , 因为余数比除数小, 所以  $x$  最大是 5, 最小是 1, 通过枚举法, 列举出这个数可能是 7, 14, 21, 28, 35。其中各数位上数字之和最小的是 21。

8. 77 【解析】含水量 = 水的重量  $\div$  稻谷的总重量  $\times 100\%$ , 经过日晒后, 水分蒸发, 但是稻谷自身的重量不变。设原来有稻谷 100 克, 含水  $100 \times 30\% = 30$  (克), 稻谷自身 70 克; 当经过日晒后稻谷占总重量的  $1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$ , 现在稻谷的重量为  $70 \div \frac{10}{11} = 77$  (克), 那么现在稻谷的重量是原来的  $77 \div 100 \times 100\% = 77\%$ 。

9. 20 【解析】把长方形纸裁成同样大小的正方形, 且纸没有剩余, 那么正方形的边长是长方形长和宽的公因数。当边长最大时, 正方形面积最大, 裁出的个数最少, 即正方形的边长为  $(20, 16) = 4$ , 一共可以裁出  $(20 \div 4) \times (16 \div 4) = 20$  (个) 正方形。

10. 408 【解析】当两个长方体拼在一起时, 表面积 = 两个长方体的表面积之和 - 2 个接触面的面积, 要使拼成的表面积最大, 则接触面就要最小, 即接触面为 2 个  $2 \times 6$  的长方形, 搭成的大长方体表面积为  $(12 \times 2 + 12 \times 6 + 2 \times 6) \times 2 \times 2 - 2 \times 2 \times 6 = 408$  ( $\text{cm}^2$ )。

11. 5 【解析】设这个两位数是  $\overline{ab}$ , 这个数的大小是  $10a + b$ ; 当十位与个位上的数字交换位置后, 这个两位数为  $\overline{ba}$ , 这个数的大小是  $10b + a$ , 现在的数比原来小 36, 所以  $10a + b - 10b - a = 36$ , 整理可得  $a - b = 4$ ,  $a, b$  为 1 ~ 9 之间的数, 通过枚举法找到 51, 62, 73, 84, 95 这 5 个数满足条件。

#### 【考点 16】数字与数位

每一个十进制数都可以表示成若干个数的和, 如  $345678 = 3 \times 10^5 + 4 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8$ , 如果将一个多位数数位顺序颠倒或分一分、合一合, 往往会变出许多趣题好解。这类趣题简称为数字或数位问题。常见的考题题型有: ① 数字的个数; ② 数字和; ③ 变换数字位置 ( $\overline{ab} \rightarrow \overline{ba}$ ) 等。

考法 1: 一个数的小数点每向右 (或向左) 移一位, 则这个数就变为原数的 10 倍 (或  $\frac{1}{10}$ )。用方程解此类问题最简便。

考法 2: 一个两位数, 数字调换位置, 其差是 9 的倍数, 如  $\overline{ab} - \overline{ba} = 9(a - b)$ 。解决此类问题的方法为分合变形, 一一列举, 极端化策略, 代数法等。

12. 亏本 15 【解析】由题意得甲的成本 =  $180 \div (1 + 20\%) = 150$ , 乙的成本 =  $180 \div (1 - 20\%) = 225$ , 甲、乙的成本和 =  $150 + 225 = 375$  (元), 售价为  $180 + 180 = 360$  (元),  $375 - 360 = 15$  (元), 所以商店亏本了 15 元。

13. 19 【解析】假设老师有  $x$  人, 学生有  $2x$  人, 根据学生和老师共 54 人, 那么  $x = 18, 2x = 36$ 。因为学生人数比老师的两倍还多, 所以老师最多有 17 人, 那么学生至少有 37 人。当有 3 名男老师, 那么女老师有  $17 - 3 = 14$  (人), 女老师比女生少 5 人, 所以女生有 19 人,

那么男生有  $37 - 19 = 18$  (人), 满足女生人数比男生人数多, 所以女生有 19 人。当老师人数减少为 16, 那么学生人数是 38, 根据题意可知: 女老师有 13 人, 女生有 18 人, 男生有 20 人, 此时男生人数大于女生人数, 不满足题意。所以女生至少 19 人。

14. 8 【解析】当慢车上的人从看到快车车头到快车通过, 设慢车静止, 所以快、慢两车的相对速度为  $150 \div 6 = 25$  (米/秒), 当快车上的人从看到慢车车头到慢车通过, 设快车静止, 相对速度依然为 25 米/秒, 相遇时间  $= 200 \div 25 = 8$  (秒)。

15. 9 【解析】5 次运走的货物比  $\frac{3}{5}$  多, 比  $\frac{3}{4}$  少, 所以, 最多运:  $5 \div \frac{3}{5} = 8 \frac{1}{3}$  (次), 最少运  $5 \div \frac{3}{4} = 6 \frac{2}{3}$  (次), 取整得最多共要运 9 次。

三、16. (1) 【解析】原式  $= 18 - \frac{25}{8} \div \left( \frac{5}{3} - \frac{5}{8} \right) \times \left( \frac{8}{5} + \frac{7}{3} \right)$

$$= 18 - \frac{25}{8} \div \frac{25}{24} \times \frac{59}{15}$$

$$= 18 - \frac{25}{8} \times \frac{24}{25} \times \frac{59}{15}$$

$$= 18 - 11.8$$

$$= 6.2$$

(2) 【解析】原式  $= \frac{13}{6} + \left( 4.32 \times \frac{3}{5} + 1.68 \times \frac{3}{5} \right) \times \frac{5}{12}$

$$= \frac{13}{6} + (4.32 + 1.68) \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{12}$$

$$= \frac{13}{6} + 6 \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{12}$$

$$= \frac{13}{6} + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{13}{6} + \frac{9}{6}$$

$$= \frac{11}{3}$$

(3)  $\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}x + 1$

解:  $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}x = 1 + \frac{1}{3}$

$$\frac{1}{6}x = \frac{4}{3}$$

$$x = 8$$

17. 【解析】梯形面积： $(20 + 10) \times 10 \div 2 = 150$  (平方厘米)，四分之一圆的面积： $3.14 \times 10^2 \div 4 = 78.5$  (平方厘米)，阴影部分的面积： $150 - 78.5 = 71.5$  (平方厘米)。

18. 【解析】大苹果与小苹果的总价之比为  $(5 \times 2) : (4 \times 3) = 5 : 6$ ，苹果的总价： $100 \times 8.8 = 880$  (元)，大苹果的总价： $880 \times \frac{5}{5+6} = 400$  (元)，小苹果的总价：

$$880 \times \frac{6}{5+6} = 480 \text{ (元)}, \text{大苹果的重量: } 100 \times \frac{2}{2+3} =$$

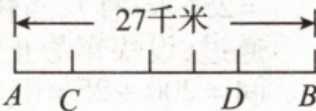
$$40 \text{ (千克)}, \text{小苹果的重量: } 100 \times \frac{3}{2+3} = 60 \text{ (千克)}, \text{大}$$

苹果的单价： $400 \div 40 = 10$  (元/千克)，小苹果的单价： $480 \div 60 = 8$  (元/千克)。

【点拨】由总价 = 单价  $\times$  数量可求出大、小苹果的总价比，根据重量比可以求出大苹果和小苹果的重量，再分别求出大苹果和小苹果的单价。

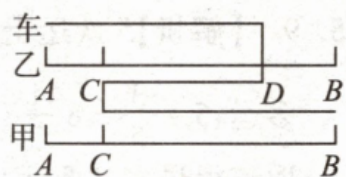
19. 【解析】如图，甲队走  $AC$  所用时间与车行驶  $(AD + CD)$  所用时间相等，则路程比 = 速度比，所以  $AC : (AD + CD) = v_{\text{甲}} : v_{\text{车}} = 6 : 42 = 1 : 7$ ，可得  $CD = 3AC$ ；乙队走  $BD$  所用时间与车行驶  $(CD + CB)$  所用时间相等，则其路程比 = 速度比，所以  $BD : (CD + CB) = v_{\text{乙}} : v_{\text{车}} = 3 : 42 = 1 : 14$ ，可得  $2CD = 13BD$ ，所以  $AC : CD : BD = 13 : 39 : 6$ ，则  $AC = 27 \times \frac{13}{13+39+6} = \frac{351}{58}$  (千米)。

甲队步行的距离是  $\frac{351}{58}$  千米。



【点拨】根据题意可画出行程

图，如图， $AB$  长 27 千米，为尽快到达体育馆，则车应先接步行速度慢的乙队。乙坐车从  $A$  到  $D$  然后下车步行，车从  $D$  返回到  $C$  接到步行的甲队，再同时到达体育馆  $B$ 。根据



第 19 题图

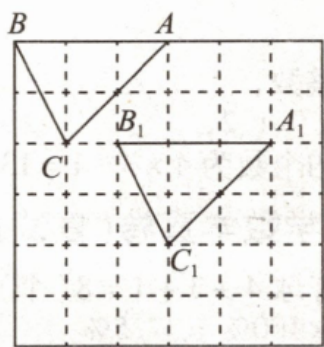
路程 = 速度  $\times$  时间，可得  $AC$ 、 $CD$ 、 $DB$  之间的关系，从而可得甲步行的距离  $AC$ 。

20. 【解析】(1) 将  $A, B, C$  三个点分别向下平移 4 个单位，即 2 格，再向右平移 4 个单位，即 2 格，然后连接  $A_1, B_1, C_1$ ，如图①。

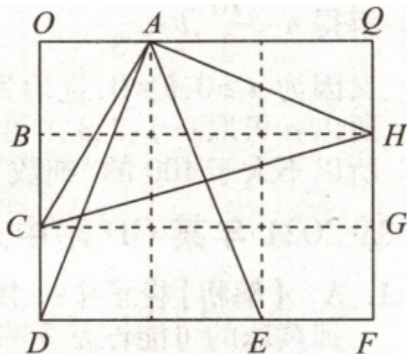
(2) 以  $A$  为顶点，得到两个等腰三角形  $ACH$  与  $ADE$ ，如图②，令正方形边长为 2， $S_{\triangle ACH} = S_{\text{长方形} OCGQ} - S_{\triangle AOC} -$

$$S_{\triangle AQH} - S_{\triangle CGH} = 24 - 4 - 4 - 6 = 10, S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12。$$

所以较大三角形的面积为 12。



图①



图②

### 第20题图

21. 【解析】16与20的最小公倍数为80,分两种情况:①

轮船顺流航行: $210 \times \frac{80}{16} = 1050$ (千米),逆流航行:

$120 \times \frac{80}{16} = 600$ (千米),共用了80小时;②轮船顺流

航行: $180 \times \frac{80}{20} = 720$ (千米),逆流航行: $216 \times \frac{80}{20} =$

864(千米),共用了80小时。由此可知,轮船顺流航行差: $1050 - 720 = 330$ (千米),逆流航行差: $864 - 600 =$

264(千米),顺流航行速度:逆流航行速度 =  $330 : 264 = 5 : 4$ ,设船速为 $a$ 千米/时,水速为 $b$ 千米/时,那么

$(a + b) : (a - b) = 5 : 4$ ,解得 $a = 9b$ ,即水速为 $b$ 千米/时,那么船速为 $9b$ 千米/时。 $\frac{210}{9b + b} + \frac{120}{9b - b} = 16$ ,

解得 $b = 2.25$ ,船速: $9 \times 2.25 = 20.25$ (千米/时),往返一次所需时间: $240 \div (20.25 + 2.25) + 240 \div (20.25 - 2.25) = 24$ (小时)。

船的速度是20.25千米/时,如果两码头相距240千米,轮船往返一次需要24小时。

【点拨】找到16和20的最小公倍数是80,将轮船航行的时间统一成80小时,即轮船顺流航行 $\left(210 \times \frac{80}{16}\right)$ 千米,逆流航行 $\left(120 \times \frac{80}{16}\right)$ 千米时共用了

80小时,或轮船顺流航行 $\left(180 \times \frac{80}{20}\right)$ 千米,逆流航行

$\left(216 \times \frac{80}{20}\right)$ 千米时共用了80小时,由此可得顺流航

行的路程差与逆流航行的路程差的比,即可得到顺流速度与逆流速度之比,进而得到船速与水速之比,根据一艘轮船顺流航行210千米、逆流航行120千米时共用了16小时列方程,求出船速和水速。再求出在240千米的两码头之间往返一次的时间。

### 【考点52】流水行船

顺速 = 船速 + 水速 逆速 = 船速 - 水速

解题关键:因为顺流速度是船速与水速的和,逆流速度是船速与水速的差,所以流水行船问题当作和差问题解答,解题时要以水流为线索。

解题规律:船行速度 =  $(\text{顺流速度} + \text{逆流速度}) \div 2$

流水速度 =  $(\text{顺流速度} - \text{逆流速度}) \div 2$

路程 = 顺流速度  $\times$  顺流航行所需时间

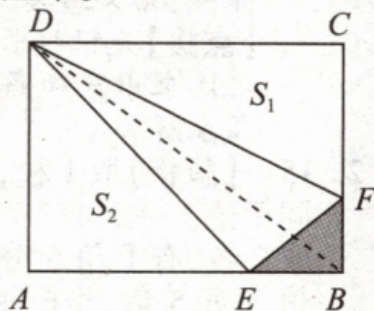
路程 = 逆流速度  $\times$  逆流航行所需时间

22. 【解析】(1)  $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} S_{\text{长方形}ABCD} = \frac{1}{2} \times 36 = 18$  (平方厘米),  $\triangle BDF$  和  $\triangle CDF$  是等高的三角形, 因为  $BF:CF=1:2$ , 则  $S_{\triangle BDF}:S_{\triangle FDC}=1:2$ ,  $S_{\triangle BDF} = 18 \times \frac{1}{1+2} = 6$  (平方厘米)。

$$\begin{aligned} (2) S_{\triangle DCF} &= \frac{1}{2} DC \times \frac{3}{5} BC = \frac{3}{10} DC \times BC = \frac{3}{10} S_{\text{长}}; S_{\triangle BEF} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} DC \times \frac{2}{5} BC = \frac{1}{15} \times DC \times BC = \frac{1}{15} S_{\text{长}}; S_{\triangle AED} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} DC \times BC = \frac{1}{3} DC \times BC = \frac{1}{3} S_{\text{长}}; S_{\triangle DEF} = S_{\text{长}} \\ &- S_{\triangle DCF} - S_{\triangle BEF} - S_{\triangle AED} = S_{\text{长}} - \frac{3}{10} S_{\text{长}} - \frac{1}{15} S_{\text{长}} - \frac{1}{3} S_{\text{长}} \\ &= \frac{9}{30} S_{\text{长}}, S_{\text{长}} = 15 \times 2 = 30 \text{ (平方厘米)}, \text{所以 } S_{\triangle DEF} = \\ &\frac{9}{30} \times 30 = 9 \text{ (平方厘米)}. \end{aligned}$$

三角形  $DEF$  的面积为 9 平方厘米。

(3) 如图, 连接  $BD$ , 根据长方形  $ABCD$  的面积是 360 平方厘米,  $\triangle AED$ 、 $\triangle CDF$  面积均为 120 平方厘米,  $\triangle ABD$ 、 $\triangle BCD$  的面积均为  $360 \div 2 = 180$  (平方厘米), 可得  $AE:AB = S_{\triangle AED}:S_{\triangle ABD} = 120:$



第 22 题图

$180 = 2:3$ ,  $BE = \frac{1}{3} AB$ , 同理

可得  $CF:BC = S_{\triangle CDF}:S_{\triangle BCD} = 120:180 = 2:3$ ,  $BF = \frac{1}{3} BC$ , 阴影部分面积:  $S_{\triangle BEF} = BE \times BF \div 2 = \frac{1}{3} AB \times \frac{1}{3} BC \div 2 = \frac{1}{9} \times 360 \div 2 = 20$  (平方厘米)。

阴影部分的面积为 20 平方厘米。