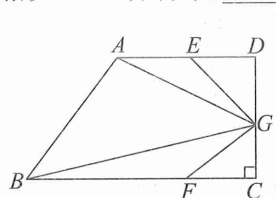


# 17 2021 年某 GD 附中 HGXQ 入学数学真卷(二)

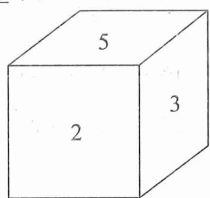
(满分:62 分 时间:40 分钟)

## 一、填空题(每小题 2 分,共 14 分)

- (比的应用)有一个长方体,长 60 cm,长与宽的比为 2:1,宽与高的比为 3:2,这个长方体的体积是\_\_\_\_\_立方厘米。
- (排列组合)有 5 分、1 角、5 角、1 元的硬币各一枚,一共可以组成\_\_\_\_\_种不同的币值。
- (百分数的应用)一件商品按 20% 的利润定价,后来打八折出售,现价为 384 元,则这种商品的成本为\_\_\_\_\_元。
- (定义新运算)规定  $a \odot b = 5a + 3b$ ,若  $x \odot 9 = 37$ ,那么  $3 \odot (x \odot 4)$  的值是\_\_\_\_\_。
- (三角形和梯形的面积公式)如下图,在直角梯形  $ABCD$  中, $AD = 8$  cm, $BC = 18$  cm, $E$  是  $AD$  的中点, $F$  是  $BC$  的三等分点, $DC = 10$  cm。三角形  $DEG$  的面积与三角形  $CFG$  的面积相等,则三角形  $ABG$  的面积是\_\_\_\_\_平方厘米。



第 5 题图



第 6 题图

- (正方体的展开图)有三块相同的数字积木,每个面分别标有数字 1,2,3,4,5,6,根据图中的摆放情况,可推出 3 对面的数字是\_\_\_\_\_。
- (长方体的表面积)把 4 个体积为 1 立方厘米的正方体木块拼成一个长方体,则拼成的长方体的表面积最大是\_\_\_\_\_。

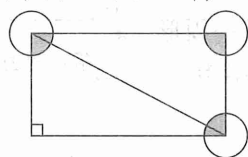
## 二、计算题(每小题 4 分,共 8 分)

$$1. \frac{1}{9} \times \left( 4.85 \div \frac{5}{18} - 3.6 + 6.15 \times 3 \frac{3}{5} \right)$$

$$2. 1 \frac{1}{2} + 3 \frac{1}{6} + 5 \frac{1}{12} + 7 \frac{1}{20} + 9 \frac{1}{30} + 11 \frac{1}{42} + 13 \frac{1}{56} + 15 \frac{1}{72} + 17 \frac{1}{90}$$

## 三、操作题(共 4 分)

(组合图形的面积)三个等圆的周长都是 18.84 cm,求阴影部分的面积。(用最简便的方法解)



第三题图

## 四、应用题(共 36 分)

- (工程问题)(6 分)某市决定由甲、乙、丙三个队共同修筑路面厚度、宽度都相等的两条公路。已知第二条比第一条长  $\frac{1}{4}$ 。单独修一条公路,甲队要 20 天,乙队要 24 天,丙队要 30 天,两条路同时开工后,先由乙队单独修第一条公路。甲、丙两队合修第二条公路。一段时间后,又把甲队调往第一条公路工地,与乙队合修。这样两条公路同时修成。甲队与丙队合修了多长时间?

- (行程问题)(6 分)客车和货车同时从甲、乙两地的中点向相反方向行驶,5 小时后,客车到达甲地,货车离乙地还有 80 千米,已知货车与客车的速度比是 5:7,求甲、乙两地相距多少千米。

- (比的应用)(6 分)某地有一家大型观光牧场。在此处停车费为 3 元,骑马道具租用费 2 元,每人还需缴纳 1 元道具损耗费。某天所停的车数目和被租用的骑马道具的数目比为 2:9,被租用的骑马道具的数目和缴纳了道具损耗费的人的数目比为 3:7,收费员共收得费用为 855 元,这天所停的车、被租用的骑马道具和缴纳了道具损耗费的人的数目各是多少?

- (分段计费)(6 分)某商场为促销,按如下规定对顾客实行优惠:

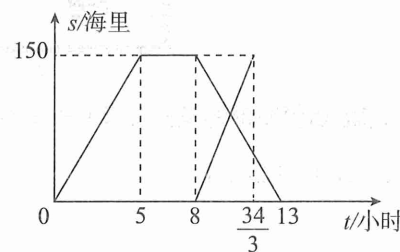
- ①若一次性购物不超过 200 元,不予优惠;
  - ②若一次性购物超过 200 元,但不超过 500 元,按标价给予九折优惠;
  - ③若一次性购物超过 500 元,其中 500 元按②的优惠方案,超过 500 元的部分给予八折优惠。
- 某人两次去购物,分别付款 168 元与 423 元,如果他把这两次购买的商品一次购买,可以省多少钱?

- (相遇问题)(12 分)黄岩岛是我国南沙群岛的一个小岛,渔产丰富。一天某渔船离开港口前往黄岩岛捕鱼。渔船到达黄岩岛捕捞了一段时间后,发现一艘外国舰艇向黄岩岛驶来,渔船向我国渔政部门报告,并立即沿原航线返航。渔政船接到报告后,立即从该港口向黄岩岛出发。渔政船及渔船与港口的距离  $s$  和渔船离开港口的时间  $t$  之间的关系如图所示。(假设渔船与渔政船沿同一航线航行)

(1)求渔政船从港口出发赶往黄岩岛的速度。(2 分)

(2)求渔船和渔政船相遇时,两船与黄岩岛的距离。(4 分)

(3)在渔政船前往黄岩岛的过程中,求渔船从港口出发经过多长时间与渔政船相距 30 海里。(6 分)



第 5 题图

一、1. 36000 【解析】宽： $60 \div 2 \times 1 = 30(\text{cm})$

高： $30 \div 3 \times 2 = 20(\text{cm})$

体积： $60 \times 30 \times 20 = 36000(\text{cm}^3)$

【点拨】先根据长是 60 cm 和长、宽之比以及宽、高之比求出宽和高，然后根据长方体体积 = 长  $\times$  宽  $\times$  高求解。

2. 15 【解析】取 1 枚，有 5 分，1 角，5 角，1 元，共 4 种不同币值。

取 2 枚，有 1 角 5 分，5 角 5 分，1 元 5 分，6 角，1 元 1 角，1 元 5 角，共 6 种不同币值。

取 3 枚，有 6 角 5 分，1 元 1 角 5 分，1 元 5 角 5 分，1 元 6 角，共 4 种不同币值。

取 4 枚，只有 1 元 6 角 5 分 1 种币值。

共： $4 + 6 + 4 + 1 = 15(\text{种})$

【点拨】分类列举，有序思考。

3. 400 【解析】 $384 \div \left[ 1 \times (1 + 20\%) \times \frac{8}{10} \right] = 400(\text{元})$

【点拨】把成本看成 1，则定价为  $1 \times (1 + 20\%) = 1.2$ ，折

后价为  $1.2 \times \frac{8}{10} = 0.96$ ，即成本的 0.96 是 384 元，所

以成本为  $384 \div 0.96 = 400(\text{元})$ 。

4. 81 【解析】 $x \odot 9 = 37$ ，即  $5x + 3 \times 9 = 37$

$$5x + 27 = 37$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

$$x \odot 4 = 2 \odot 4 = 5 \times 2 + 3 \times 4 = 10 + 12 = 22$$

$$3 \odot 22 = 5 \times 3 + 3 \times 22 = 15 + 66 = 81$$

【点拨】定义新运算的运算顺序与常规运算的运算顺序相同，先根据  $x \odot 9 = 37$ ，求出  $x = 2$ ，然后根据所定义算法按顺序进行计算。

5. 70 【解析】 $ED = 8 \div 2 = 4(\text{cm})$ ， $FC = 18 \div 3 = 6(\text{cm})$

$$S_{\triangle DEG} = S_{\triangle CFG} \begin{cases} ED:FC = 4:6 = 2:3 \\ DG:GC = 3:2 \end{cases}$$

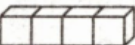
$$DG = 10 \times \frac{3}{3+2} = 6(\text{cm})，GC = 10 - 6 = 4(\text{cm})$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABG} &= S_{\text{梯}ABCD} - S_{\triangle ADG} - S_{\triangle BCG} \\ &= (8 + 18) \times 10 \div 2 - 8 \times 6 \div 2 - 18 \times 4 \div 2 \\ &= 130 - 24 - 36 \\ &= 70(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

【点拨】根据两个三角形面积一定时，底与高成反比例，先求出 DG 与 GC 的比，进而根据两者和为 10 cm，求出各自的长，再用梯形面积减去  $\triangle ADG$  与  $\triangle BCG$  的面积和。

6. 4 【解析】3 的对面不可能是 2, 5, 1, 6，则 3 的对面应是 4。

【点拨】相邻面不相对，相对面不相邻，3 与 2, 5, 1, 6 都是相邻的面，则对面数字一定是 4。

7.  $18 \text{ cm}^2$  【解析】拼法①：如 ，重合 6 个面。

拼法②：如 ，重合 8 个面。

重合面个数越少,组合成的立体图形表面积越大。

$1=1^3$ , 则每个小正方体棱长为 1 cm。

拼法①中, 表面积为  $1 \times 1 \times 6 \times 4 - 1 \times 1 \times 6 = 18(\text{cm}^2)$ 。

【点拨】先分类思考, 然后画图直观分析, 再根据重合面的个数越少组合的立体图形表面积越大列式计算。

$$\begin{aligned}\text{二、1. 原式} &= \frac{1}{9} \times \left[ (4.85 - 1 + 6.15) \times \frac{18}{5} \right] \\ &= \frac{1}{9} \times \left[ 10 \times \frac{18}{5} \right] \\ &= \frac{1}{9} \times 36 \\ &= 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{2. 原式} &= (1 + 3 + \cdots + 17) + \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{90} \right) \\ &= (1 + 17) \times 9 \div 2 + \left( \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{9 \times 10} \right) \\ &= 81 + \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) \\ &= 81 + \frac{9}{10} \\ &= 81 \frac{9}{10}\end{aligned}$$

#### 【考点1】裂项相消

用裂项法解题, 就是把一个分数拆成两个或两个以上分数相减或相加的形式, 给求和带来“相互抵消”的方便, 可以大大简化运算, 获得巧解。首先记住, 如果分子是 1, 分母是一个整数, 它们能分解成两个连续自然数的乘积, 那么就可以进行如下“拆分”。

示例:

$$\begin{aligned}\text{计算: } & \frac{3}{2} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \frac{11}{30} - \frac{13}{42} + \frac{15}{56} \\ \text{解: 原式} &= \frac{1+2}{1 \times 2} - \frac{2+3}{2 \times 3} + \frac{3+4}{3 \times 4} - \frac{4+5}{4 \times 5} + \frac{5+6}{5 \times 6} - \frac{6+7}{6 \times 7} + \frac{7+8}{7 \times 8} \text{ (分解变形)} \\ &= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \text{ (裂项相消)} \\ &= \frac{9}{8}\end{aligned}$$

三、【解析】 $r = 18.84 \div 3.14 \div 2 = 3(\text{cm})$

$$\begin{aligned}S_{\text{阴}} &= \frac{360^\circ - 90^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 3^2 \\ &= \frac{3}{4} \times \pi \times 9 \\ &= \frac{27}{4} \times 3.14 \\ &= 21.195(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

【点拨】整体思考, 由于三个圆大小相等, 则图中每个



阴影部分的扇形半径也相等,这些扇形的圆心角度数和为  $360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$ , 则阴影面积占  $\frac{270^\circ}{360^\circ} \times 1$  个整圆的面积。

四、1. 【解析】 $\left(1 + 1 + \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30}\right) = 18$ (天)

$$\left(1 + \frac{1}{4} - 18 \times \frac{1}{30}\right) \div \frac{1}{20} = 13$$
(天)

【点拨】将第一条公路长度看成1,第二条公路长  $1\frac{1}{4}$ , 由于三队都没停,相当于三人合作,则合作时

间为  $\left(1 + 1\frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30}\right) = 18$ (天), 这18

天里,丙队一直在修第二条路,共修  $18 \times \frac{1}{30} = \frac{3}{5}$ ,

则第二条路余下的就是甲队帮丙队修的,为  $1\frac{1}{4} -$

$$\frac{3}{5} = \frac{13}{20}, \text{则甲队帮丙队 } \frac{13}{20} \div \frac{1}{20} = 13$$
(天)。

2. 【解析】 $t$ 一定:  $\begin{cases} v_{\text{货}}:v_{\text{客}}=5:7 \\ s_{\text{货}}:s_{\text{客}}=5:7 \end{cases}$

$$80 \div (7 - 5) \times 7 \times 2 = 560$$
(km)

【点拨】时间一定时,速度与路程成正比例,则  $s_{\text{货}}:s_{\text{客}} = 5:7$ , 即客车行完全长一半时,行了7份,此时货车行了5份,比客车少行了2份,2份对应的长度是80 km, 1份为40 km,一半全长为7份,则全长为14份,  $14 \times 40 = 560$ (km)。

3. 【解析】停车费:骑马道具费:损耗费 = 3:2:1

停车数目:骑马道具数目:缴纳损耗费人的数目

$$2 : 9$$

$$3 : 7$$

---


$$2 : 9 : 21$$

停车总费用:骑马道具总费用:损耗总费用

$$= (3 \times 2) : (2 \times 9) : (1 \times 21)$$

$$= 6 : 18 : 21$$

$$= 2 : 6 : 7$$

$$\text{停车总费用: } 855 \times \frac{2}{2+6+7} = 114$$
(元)

$$\text{停车数目: } 114 \div 3 = 38$$
(辆)

$$\text{骑马道具数目: } 38 \div 2 \times 9 = 171$$
(个)

$$\text{人数: } 171 \div 3 \times 7 = 399$$
(人)

【点拨】先分别求出三种的单价比和数量比,然后相乘得到总价比,再按比例分配求出各自总价,最后除以各自单价就是各自的数目。

#### 【考点 44】按比例分配

在农业生产和日常生活中,常常需要把一个数量按照一定的比来进行分配。这种分配的方法通常叫做按比例分配。

按比例分配的方法是,将已知整数比或者分率比变为按份数分配,把比的各项相加得到总份数,各项和总份数的比就是各个分量在总量中所占的份数,由此可以求得各个分量。

4. 【解析】 $200 \times \frac{9}{10} = 180$ (元)  $168 \text{ 元} < 180 \text{ 元}$

则 168 元无优惠,第一次原价为 168 元。

$$500 \times \frac{9}{10} = 450 \text{ (元)}$$

$$180 \text{ 元} < 423 \text{ 元} < 450 \text{ 元}$$

$$\text{则 } 423 \text{ 元享受九折优惠, 原价 } 423 \div \frac{9}{10} = 470 \text{ (元)}$$

$$\text{若一次购买, 则原价为 } 168 + 470 = 638 \text{ (元)}$$

$$\text{付: } 500 \times \frac{9}{10} + (638 - 500) \times \frac{8}{10} = 560.4 \text{ (元)}$$

$$\text{省: } 168 + 423 - 560.4 = 30.6 \text{ (元)}$$

【点拨】先分别求出两次付款的原价,然后合到一起求出一共付款的钱数,再与原来两次分别付款的钱数和求差,差多少钱,则省多少钱。

5. 【解析】(1)  $150 \div \left( \frac{34}{3} - 8 \right) = 45$ (海里/时)

$$(2) 150 \div 5 = 30 \text{ (海里/时)}$$

$$150 \div (30 + 45) = 2 \text{ (小时)}$$

$$2 \times 30 = 60 \text{ (海里)}$$

$$(3) \textcircled{1} (150 - 30) \div (30 + 45) = 1.6 \text{ (小时)}$$

$$8 + 1.6 = 9.6 \text{ (小时)}$$

$$\textcircled{2} (150 + 30) \div (30 + 45) = 2.4 \text{ (小时)}$$

$$8 + 2.4 = 10.4 \text{ (小时)}$$

【点拨】(1) 渔政船行驶 150 海里用时为  $\frac{34}{3} - 8 = \frac{10}{3}$

(小时), 所以速度为  $150 \div \frac{10}{3} = 45$ (海里/时)。

(2) 两船相遇路程为 150 海里, 速度和为  $30 + 45 = 75$ (海里/时), 则两船 2 小时相遇, 相遇时渔船恰好从黄岩岛往回行驶 2 小时, 此时两船离黄岩岛  $2 \times 30 = 60$ (海里)。

(3) 此题有两种可能, 一种是未相遇, 离相遇还差 30 海里, 另一种是已相遇, 相遇后又多走 30 海里, 所以分别用两种可能的路程除以两船的速度和求出渔船返回的时间, 再加上之前行驶的 8 小时, 就是渔船从港口出发到与渔政船相距 30 海里的时间。