

①9 2021 年某 GD 附中 HGXQ 入学数学真卷(四)

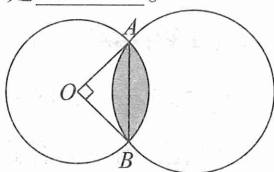
(满分:100 分 时间:70 分钟)

一、选择题(每小题 3 分,共 15 分)

- (利润问题)小明购进一批蔬菜,实际卖的价格是成本价的 3.5 倍,按照这个定价,利润率是()。
A. 100% B. 200% C. 250% D. 300%
- (体积计算)一个正方体的棱长和一个圆柱体的底面直径、高均相等,比较它们的体积,结果是()。
A. 圆柱体大 B. 正方体大 C. 一样大 D. 无法判断
- (可能性)李华用 8 个球设计了一个摸球游戏,使摸到白球与摸不到白球的可能性一样大,摸到红球的可能性比摸到黄球的可能性大,则满足上述条件的白、红、黄球的个数可能为()。
A. 4,2,2 B. 3,2,3 C. 5,2,1 D. 4,3,1
- (利息问题)若三年期的年利率是 2.70%,小明三年前将 100 元存入银行,定期三年,到期可得利息()元。
A. 8.1 B. 8.3 C. 7.7 D. 7.9
- (找规律)一列数,前两个都是 1,从第三个开始,每个数都是前两个数的和。即 1,1,2,3,5,8,13,... 到第 2000 个数为止,共排出()个奇数。
A. 668 B. 1332 C. 1333 D. 1334

二、填空题(每小题 2 分,共 20 分)

- (按比例分配)一块美丽的三角形花园,三边长的比是 3:4:5,周长为 168 米,其中最短的边长是_____。
- (比较大小)A 数比 B 数大 20%,而 B 数比 C 数小 20%,则 A _____ C(填“>”“<”或“=”)。
- (逻辑推理)某班有 50 人,在一次英语考试中,得分均为整数,全班最低得分为 48 分,最高得分为 96 分,那么在这次考试中,至少有_____人分数相同。
- (2、5、7 的倍数)一个三位数,既是 2 的倍数,又能被 7 整除,而且 5 又是它的约数,这个三位数最小是_____。
- (圆的面积)如图,两个圆重叠部分的面积相当于小圆的 $\frac{1}{8}$,相当于大圆的 $\frac{1}{12}$,点 O 是小圆的圆心,A、B 两点分别是两圆的交点,直角三角形 AOB 的面积是 40 cm^2 ,大圆的面积是_____ cm^2 。
- (百分数应用)50 千克增加_____ %以后为 90 千克。
- (整数应用)小华在做连续自然数 1,2,3,4,5,6,... 求和时,把其中一个数多加了一次,结果和为 149,那么多加的这个数是_____。



第 10 题图

- (最不利原则)一只布袋里装有大小相同但颜色不同的手套(不分左右手)若干只。已知手套的颜色有黑、白、灰三种,最少要取出_____只手套才能保证有 3 副手套是同色的。
- (折扣问题)一种商品打八折出售,售价是 1200 元,这种商品原价是_____元;如果这种商品打七折出售,售价是_____元。
- (比例尺)在比例尺是 1:200000 的地图上,量得 AB 两地间的距离是 17 厘米,那么两地之间实际距离大约是_____千米。

三、计算题(每小题 5 分,共 20 分)

$$16. \left[1.8 \times 23 \frac{5}{8} \times \left(1.8 \div 1 \frac{4}{5} \right) \right] \div 0.8$$

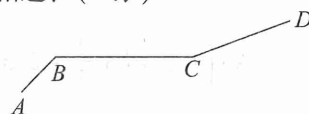
$$17. \frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \frac{29}{30} + \dots + \frac{9701}{9702} + \frac{9899}{9900}$$

$$18. 3.75 \div 1 \frac{1}{2} + \left(1.5 + 3 \frac{3}{4} \right) \times 2 \frac{1}{7} + \left(1 \frac{1}{7} - \frac{23}{49} \right) \div \frac{33}{147}$$

$$19. 6 \times (-3) + 6 \frac{3}{5} - 5.4$$

四、解答题(共 45 分)

- (最优化)某校二年级五班班主任带领该班学生去研学旅游,甲旅行社说:“如果班主任买全票,则其余学生可享受半价优惠。”乙旅行社说:“包括班主任在内全部按全票价的 6 折优惠。”若全票为每张 240 元。请问甲、乙两家旅行社收费哪家更合算,说明理由。(5 分)
- (行程问题)如图,从 A 到 B 是 0.5 千米的上坡路,从 B 到 C 是 3 千米的平路,从 C 到 D 是 2.5 千米的上坡路。下坡速度都是每小时 6 千米,平路上速度都是每小时 4 千米,上坡速度都是每小时 3 千米。如果小张和小王分别从 A、D 两地同时出发,相向步行,几小时后两人相遇?(5 分)



第 21 题图

- (整数应用)2016 年 9 月 15 日 22 时 04 分 09 秒,天宫二号空间实验室在酒泉卫星发射中心发射成功,这是中国第一个真正意义上的空间实验室。小明对发射天宫二号非常好奇,他经过查资料得到如下资料:天宫二号重约 13 吨,发射器(形状为圆柱形和圆锥形组合起来)底面直径为 40 米,圆柱的高为 120 米,圆锥的高为 30 米,发射器内装的燃料燃烧能量为 100 焦耳每立方米,发射每吨重量一米需要 20000 焦耳。
(1)可以把天宫二号发射多高距离?(5 分)

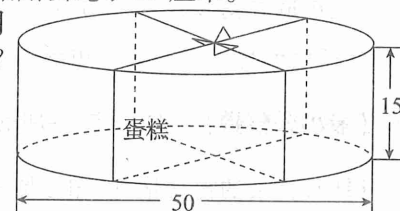
- 如果小明家每个月消耗能量 2000 焦耳,小明调查他们小区有 100 户居民(每户居民使用能量相同),按照这样计算发送天宫二号的能量可以供 100 户这样的居民大约使用多久?(5 分)

- (工程问题)有 10 根大小相同的水管给 A、B 两个水池注水,原计划用 4 根水管给 A 水池注水,其余 6 根给 B 水池注水,那么 5 小时可以同时注满。因为发现 A 水池有一定速度的漏水,改为分别用 5 根水管注水,结果也是同时注满。
(1)如果改用 10 根水管同时给漏水的 A 水池注水,那么多少分钟可以注满?(5 分)

- 如果增加 4 根同样的进水管,A 水池仍然漏水,并且要求在注水过程中每个水池的进水管数量保持不变,那么要把两个水池都注满,至少需要多少分钟?(结果四舍五入到个位)(5 分)

- (圆柱体积)用塑料绳捆扎一个圆柱形的蛋糕盒(如图),打结处正好是底面圆心,打结用去绳子 25 厘米。

- 捆扎这个盒子至少用去了多少厘米塑料绳?(5 分)



(单位:厘米)

第 24 题图

- 在它的整个侧面贴上商标,商标的面积至少为多少平方厘米?(5 分)

- 蛋糕盒的体积是多少立方厘米?(5 分)

一、1. C 【解析】 $(3.5 - 1) \div 1 = 2.5 \div 1 = 250\%$

【点拨】利润率 = 利润 $\div$ 成本, 利润 = 售价 - 成本。

2. B 【解析】 $V_{\text{正}} = a^3$

$$V_{\text{柱}} = Sh$$

$$= \pi \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times a$$

$$= \frac{\pi}{4} \times a^3$$

$$a^3 > \frac{\pi}{4} \times a^3$$

【点拨】 $V_{\text{正}} = a^3$ $V_{\text{柱}} = Sh = \pi r^2 h$

3. D 【解析】 $8 \times \frac{1}{2} = 4$ (个) 白球有 4 个

$3 + 1 = 4$ $3 > 1$ 红球有 3 个, 黄球有 1 个

【点拨】摸到白球与摸不到白球的可能性一样大, 则白球个数占总个数的 $\frac{1}{2}$ 。

4. A 【解析】 $100 \times 2.70\% \times 3 = 8.1$ (元)

【点拨】利息 = 本金 $\times$ 利率 $\times$ 时间。

5. D 【解析】 $2000 \div 3 = 666$ (组) $\cdots \cdots 2$ (个)

$$666 \times 2 + 2 = 1332 + 2 = 1334$$
(个)

【点拨】这列数的奇偶性是按(奇数、奇数、偶数)3 个为一组重复出现的。

二、6. 42 米 【解析】 $168 \times \frac{3}{3+4+5} = 168 \times \frac{1}{4} = 42$ (米)

【点拨】按比例分配。

7. < 【解析】设 C 数为 100。

$$B: 100 \times (1 - 20\%) = 100 \times 80\% = 80$$

$$A: 80 \times (1 + 20\%) = 80 \times 120\% = 96$$

$$96 < 100 \quad \text{即 } A < C$$

【点拨】两个 20% 的单位“1”量不同。

8. 2 【解析】 $96 - 48 + 1 = 49$ $50 - 49 = 1$ (人)

$$1 + 1 = 2$$
(人)

【点拨】48 至 96 有 49 个不同的整数分值, 假设每个分值都有 1 人得, 共 49 人, 剩下 1 人, 无论得什么分值, 都会有 2 人分数相同。

9. 140 【解析】 $2 \times 5 \times 7 = 70$ $70 \times 2 = 140$

【点拨】这个三位数是 2、5、7 的公倍数。

10. 376.8 【解析】将重叠部分的面积看作 1 份。

$$\left(1 \div \frac{1}{8}\right) : \left(1 \div \frac{1}{12}\right) = 8 : 12 = 2 : 3$$

$$3.14 \times (40 \times 2) = 3.14 \times 80 = 251.2 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$251.2 \div 2 \times 3 = 125.6 \times 3 = 376.8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{【点拨】} S_{\triangle AOB} = OA \times OB \times \frac{1}{2} = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{即 } r \times r \times \frac{1}{2} = 40$$

$$r^2 = 40 \div \frac{1}{2}$$

$$r^2 = 80$$

11. 80 【解析】 $(90 - 50) \div 50 = 40 \div 50 = 80\%$

【点拨】将 50 kg 看作单位“1”量。

12. 13 【解析】 $1 + 2 + 3 + \cdots + 16 = (1 + 16) \times 16 \div 2 = 136$

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 16 + 17 = (1 + 17) \times 17 \div 2 = 153$$

$$153 > 149$$

$$149 - 136 = 13 \quad 13 < 16$$

【点拨】 $1 + 2 + 3 + \cdots +$ 最大数的和小于 149, 且 149 与和的差小于最大数。

13. 16 【解析】 $3 \times 2 = 6$ (只) $6 - 1 = 5$ (只) $5 \times 3 + 1 = 15 + 1 = 16$ (只)

【点拨】“最不利原则”分析, 每种颜色的手套都拿了 5 只, 再拿 1 只, 无论什么颜色都会得到 3 副同色的手套。

【考点 26】最不利原则

最不利原则就是从“最不凑巧”“最糟糕”的极端情况考虑问题。如果最不利情况都满足题目要求, 那么其他情况必然也能满足题目要求。解决最不利原则类问题, 常用列举的方法, 找到一切不可能的情况。只要把最不利的情况都考虑到了, 一一排除, 方能成功。

14. 1500 1050 【解析】 $1200 \div 80\% = 1500$ (元)

$$1500 \times 70\% = 1050$$
 (元)

【点拨】折扣率 = 售价 $\div$ 原价

原价 = 售价 $\div$ 折扣率

售价 = 原价 $\times$ 折扣率

15. 34 【解析】 $17 \div \frac{1}{200000} = 3400000$ (cm)

$$3400000 \text{ cm} = 34 \text{ km}$$

【点拨】实际距离 = 图上距离 $\div$ 比例尺。

三、16. 原式 = $\left[\frac{9}{5} \times \frac{189}{8} \right] \times \frac{5}{4}$

$$= \frac{1701}{32}$$

17. 原式 = $\left(1 - \frac{1}{1 \times 2} \right) + \left(1 - \frac{1}{2 \times 3} \right) + \left(1 - \frac{1}{3 \times 4} \right) +$
 $\left(1 - \frac{1}{4 \times 5} \right) + \cdots + \left(1 - \frac{1}{99 \times 100} \right)$

$$= 1 \times 99 - \left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= 99 - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \right. \\
 &\quad \left. \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) \\
 &= 99 - \left(1 - \frac{1}{100} \right) \\
 &= 99 - 1 + \frac{1}{100}
 \end{aligned}$$

$$= 98 \frac{1}{100}$$

【点拨】裂项消去法： $\frac{1}{a \times (a+1)} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$

$$\begin{aligned}
 18. \text{ 原式} &= \frac{5}{2} + \frac{21}{4} \times \frac{15}{7} + \frac{33}{49} \div \frac{33}{147} \\
 &= \frac{5}{2} + \frac{45}{4} + 3 \\
 &= 16 \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 19. \text{ 原式} &= (-18) + (6.6 - 5.4) \\
 &= (-18) + 1.2 \\
 &= -16.8
 \end{aligned}$$

四、20. 【解析】设学生人数为 x 人，两家旅行社收费相等。

$$240 + 240 \times 50\% \times x = 240 \times 60\% \times (1 + x)$$

$$240 + 120x = 144 + 144x$$

$$24x = 96$$

$$x = 4$$

当 $240 + 120x > 144 + 144x$ 时， $x < 4$

当 $240 + 120x < 144 + 144x$ 时， $x > 4$

学生人数为 4 人时，两家旅行社费用相同，超过 4 人时，甲旅行社合算，不足 4 人时，乙旅行社合算。

$$21. \text{ 【解析】} 0.5 \div 3 = \frac{1}{6} \text{ (小时)} \quad 2.5 \div 6 = \frac{5}{12} \text{ (小时)}$$

$$\frac{5}{12} - \frac{1}{6} = \frac{1}{4} \text{ (小时)} \quad < \text{当小王从 } D \text{ 下坡到 } C \text{ 时，小}$$

张已经从 B 向 C 走了 $\frac{1}{4}$ 小时 $>$

$$\frac{1}{4} \times 4 = 1 \text{ (千米)}$$

$$(3 - 1) \div (4 + 4) = 2 \div 8 = \frac{1}{4} \text{ (小时)} \quad < \text{小王从 } C$$

向 B 走 $\frac{1}{4}$ 小时后两人相遇 $>$

$$\frac{5}{12} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3} \text{ (小时)}$$

$\frac{2}{3}$ 小时后两人相遇。

22. 【解析】(1) $40 \div 2 = 20(\text{m})$

$$3.14 \times 20^2 \times 120 + \frac{1}{3} \times 3.14 \times 20^2 \times 30$$

$$= 150720 + 12560$$

$$= 163280(\text{m}^3)$$

$$163280 \times 100 \div (20000 \times 13)$$

$$= 16328000 \div 260000$$

$$= 62.8(\text{m})$$

可以把天宫二号发射 62.8 m。

(2) $2000 \times 100 = 200000(\text{焦耳})$

$$163280 \times 100 \div 200000$$

$$= 16328000 \div 200000$$

$$\approx 81(\text{月})$$

可供 100 户这样的居民大约使用 81 月。

23. 【解析】(1) 设每根进水管每小时进水 1 份。

$$4 \times 5 = 20(\text{份}) < A \text{ 池水量} >$$

$$5 \times 6 = 30(\text{份}) < B \text{ 池水量} >$$

$$30 \div 5 = 6(\text{小时}) < \text{各用 5 根水管, 分别注 6 小时} >$$

$$(5 \times 6 - 20) \div 6 = 10 \div 6 = \frac{5}{3}(\text{份}) < A \text{ 池每小时漏水量} >$$

$$20 \div \left(10 - \frac{5}{3}\right) = 20 \div \frac{25}{3} = \frac{12}{5}(\text{小时}) < 10 \text{ 根水管}$$

$$\text{注满 } A \text{ 池需 } \frac{12}{5} \text{ 小时} >$$

$$\frac{12}{5} \times 60 = 144(\text{分钟})$$

144 分钟可以注满。

(2) 设 x 根注 A 池, 则 $(14 - x)$ 根注 B 池。

$$\left(x - \frac{5}{3}\right) : (14 - x) = 20 : 30$$

$$(14 - x) \times 20 = \left(x - \frac{5}{3}\right) \times 30$$

$$280 - 20x = 30x - 50$$

$$50x = 330$$

$$x = 6.6$$

分两种情况: ① A 池 6 根, B 池 $14 - 6 = 8(\text{根})$

$$20 \div \left(6 - \frac{5}{3}\right) \times 60 = 20 \div \frac{13}{3} \times 60 \approx 277(\text{分钟})$$

$$30 \div 8 \times 60 = 225(\text{分钟})$$

两个水池都注满需 277 分钟。

② A 池 7 根, B 池 7 根

$$20 \div \left(7 - \frac{5}{3}\right) \times 60 = 20 \div \frac{16}{3} \times 60 = 225(\text{分钟})$$

$$30 \div 7 \times 60 \approx 258(\text{分钟})$$

两个水池都注满需 258 分钟。

$$277 > 258$$

要把两个水池都注满, 至少需要 258 分钟。

24. 【解析】(1) $50 \times 4 + 15 \times 4 = 200 + 60 = 260(\text{cm})$

$$260 + 25 = 285(\text{cm})$$

$$(2) 3.14 \times 50 \times 15 = 157 \times 15 = 2355(\text{cm}^2)$$

$$(3) 50 \div 2 = 25(\text{cm})$$

$$3.14 \times 25^2 \times 15 = 1962.5 \times 15 = 29437.5(\text{cm}^3)$$