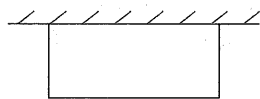


⑧ 2021 年某 JD 附中 HT 学校入学数学真卷(一)

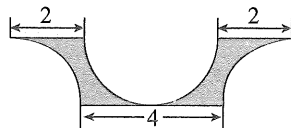
(满分:100 分 时间:60 分钟)

一、填空题(每小题 4 分,共 40 分)

- (整数应用)甲筐水果 16 千克,乙筐水果 20 千克,从乙筐中取出一部分放入甲筐,使甲筐增加 % 后,两筐一样重。
- (长方形面积)有一段长 30 米的竹篱笆,利用一堵墙,围成一个长方形,这个长方形的面积最大是 平方米。



第 2 题图



第 7 题图

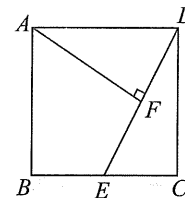
- (平均数)甲、乙、丙三个数的平均数是 150,甲数是 48,乙数与丙数相同,那么乙数是 。
- (比较大小) A、B、C、D 四个钢珠,用天平两个两个称,共称了六次,最重的是 A 和 C,第二重的是 A 和 B。则把这四个钢珠按从重到轻依次排列为 。
- (找规律)先观察下面的计算规则,再按规则计算。
 $5 \triangle 2 = 5 + 55 = 60$
 $2 \triangle 5 = 2 + 22 + 222 + 2222 + 22222 = 24690$
 $1 \triangle 4 = 1 + 11 + 111 + 1111 = 1234$
 则 $1 \triangle 9 =$, $4 \triangle 3 =$
- (分数应用)某班有 49 名同学,其中男同学的 $\frac{2}{5}$ 和女同学的 $\frac{3}{8}$ 参加了数学小组,那么这个班中没有参加数学小组的同学有 名。
- (周长)如图,阴影部分的周长是 。(单位:cm)
- (找规律)平面上有 8 条直线,最多能把平面分成 个部分。
- (百分数应用)某商店将平板电脑按进价提高 50% 后,打出“九折酬宾,外送 50 元出租车费”的广告,结果每卖出一台仍获利 370 元,问每台平板电脑的进价是 元。
- (三角形面积)一个斜边是 10 厘米的直角三角形,两个直角边之差为 4 厘米,则这个直角三角形的面积是 平方厘米。

二、计算题(每小题 4 分,共 20 分)

$$1. 3.5 + 3 \div \frac{1}{3} \times 3 - \frac{5}{2} \quad 2. \left[47 - \left(18.75 - 1 \div \frac{8}{15} \right) \times 2 \frac{6}{25} \right] \div 0.46$$

$$4. 1994 \times (2.4 \times 47 + 2.3) \div (2.5 \times 47 - 2.4)$$

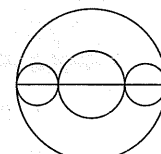
- 如图,正方形 ABCD 的边长是 4 cm, DE = 4.5 cm, AF 垂直于 DE,则 AF = cm。



第 5 题图

三、解答题(第 1 小题 5 分,其余每题 7 分,共 40 分)

- (行程问题)某小学三年级有 125 人参加运动会入场式,每 5 人一行,前后每行间隔为 2 米,主席台长为 32 米,他们以每分钟 40 米的速度通过主席台,需要多少分钟?
- (工程问题)一项工作,甲单独完成要 9 小时,乙单独完成要 12 小时,如果按照甲、乙;甲、乙……的顺序轮流工作,每人每次工作 1 小时,完成这项工程共要多少时间?
- (工程问题)一项工作,第一天甲、乙两人合作 4 小时,完成全部工作的 $\frac{2}{5}$;第二天乙又独做了 5 小时,还剩全部工作的 $\frac{13}{30}$ 没完成。这件工作由甲一人独做完成需要多少小时?
- (百分数应用)农机厂计划生产一批插秧机,现已完成计划的 56%,如果再生产 5040 台,总产量就超过计划产量的 16%,那么,原计划生产插秧机多少台?
- (梯形面积)一个等腰直角三角形中,从直角边削去一个三角形后,剩下一个上底长 6 cm,下底长 10 cm 的等腰梯形,求这个梯形的面积。(请画出图分析)
- (圆的周长)如图,一个直径为 20 厘米的大圆内有许多小圆,这些小圆的圆心都在大圆的一条直径上,则这些小圆的周长之和是多少厘米?



第 6 题图

- 2001 减去它的 $\frac{1}{2}$,再减去余下的 $\frac{1}{3}$,再减去又余下的 $\frac{1}{4}$,以后每次减去余下的 $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$ 以此类推,一直减到最后余下的 $\frac{1}{2001}$,最后得多少?(列式计算)

一、1. 12.5 【解析】设乙给甲 x kg 后,两筐一样重。

$$16 + x = 20 - x$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

$$\text{现甲筐: } 2 + 16 = 18(\text{kg})$$

$$(18 - 16) \div 16 = \frac{1}{8} = 12.5\%$$

【点拨】求增加的分率:(大-小)÷单位“1”,需求出现甲筐有多少千克。

2. $\frac{225}{2}$ 【解析】设宽为 x , 长为 $30 - 2x$

$x(30 - 2x)$, 要使乘积最大, 则

$$x = \frac{15}{2}, \text{长: } 30 - 2 \times \frac{15}{2} = 15(\text{m})$$

$$\text{最大面积: } \frac{15}{2} \times 15 = \frac{225}{2}(\text{m}^2)$$

3. 201 【解析】 $(150 \times 3 - 48) \div 2 = 201$

$$\text{【点拨】 } 150 \times 3 - 48 = \text{乙} + \text{丙}, \text{乙} = \text{丙} = \frac{150 \times 3 - 48}{2}.$$

4. $A > C > B > D$ 【解析】 $\because$ 最重是 $A + C$,

$$\therefore A + C > A + B$$

$$C > B$$

$$\therefore A + C > B + C$$

$$A > B$$

又 $\because$ 第二重是 $A + B$

$$A + B > B + C$$

$$A > C$$

由此可得 $A > C > B > D$

【点拨】不等式比较大小。

5. 123456789 492 【解析】 $1 \triangle 9 = 1 + 11 + 111 + \cdots + 111111111 = 123456789$

$$4 \triangle 3 = 4 + 44 + 444 = 492$$

【点拨】观察规律。

6. 30 【解析】男同学为 5 的倍数, 女同学是 8 的倍数

$\therefore$ 男: 25, 女: 24

$$25 \times \frac{2}{5} + 24 \times \frac{3}{8} = 19(\text{人})$$

$$49 - 19 = 30(\text{人})$$

【点拨】通过分析, 男是 5 的倍数, 女是 8 的倍数且男

+ 女 = 49(人), 来推断男 25 人, 女 24 人。

7. 20.56 cm 【解析】 $C_{\text{圆}} + 2 + 2 + 4$

$$= 2\pi r + 8$$

$$= 2 \times 3.14 \times 2 + 8$$

$$= 20.56(\text{cm})$$

【点拨】由图可得: 一个半圆弧, 两个 $\frac{1}{4}$ 圆弧可拼成一个半径为 r 的完整大圆。

8. 37 【解析】直线 部分

$$\begin{array}{ll}
 1 & 2 = 2 \\
 2 & 4 = 2 + 2 \\
 3 & 7 = 2 + 2 + 3 \\
 \vdots & \\
 n & = 2 + 2 + 3 + 4 + \cdots + n \\
 & = 2 + \frac{(2+n)(n-1)}{2} \\
 & = \frac{1}{2}(n^2 + n) + 1
 \end{array}$$

$$\therefore a_n = \frac{1}{2}(n^2 + n) + 1$$

$$a_8 = \frac{1}{2}(64 + 8) + 1 = 37$$

【点拨】找规律, 分别找出直线和平面的关系, 求得有 n 条直线时有 $\frac{1}{2}(n^2 + n) + 1$ 个部分。

9. 1200 【解析】设进价为 x 元。

$$(1 + 50\%)x \cdot 0.9 - 50 - 370 = x$$

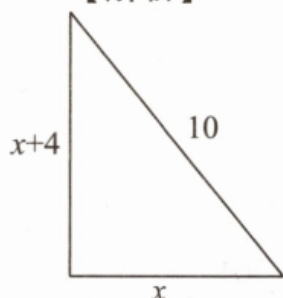
$$1.35x - x = 420$$

$$0.35x = 420$$

$$x = 1200$$

【点拨】成本 + 打车费 + 利润 = (1 + 利润率) × 成本 × 折扣。

10. 21 【解析】



第 10 题图

设短的直角边为 x , 长的直角边为 $x + 4$

根据勾股定理: $(x + 4)^2 + x^2 = 10^2$

$$x^2 + 8x + 16 + x^2 = 100$$

$$2x^2 + 8x = 84$$

$$x^2 + 4x = 42$$

$$S_{\triangle} = (x + 4) \times x \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 + 4x)$$

$$= \frac{1}{2} \times 42$$

$$= 21(\text{cm}^2)$$

【点拨】整体代换。

$$\begin{aligned}
 \text{二、1. } & 3.5 + 3 \div \frac{1}{3} \times 3 - \frac{5}{2} \\
 & = 3.5 + 3 \times 3 \times 3 - 2.5 \\
 & = 1 + 27 \\
 & = 28
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \left[47 - \left(18.75 - 1 \div \frac{8}{15} \right) \times 2 \frac{6}{25} \right] \div 0.46 \\
 & = \left[47 - (18.75 - 1.875) \times \frac{56}{25} \right] \div 0.46 \\
 & = \left[47 - (10 \times 1.875 - 1.875) \times \frac{56}{25} \right] \div 0.46 \\
 & = \left[47 - 9 \times \frac{15}{8} \times \frac{56}{25} \right] \div 0.46 \\
 & = [47 - 37.8] \div 0.46 \\
 & = 9.2 \div 0.46 \\
 & = 20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & 2001 \times \left(1 - \frac{1}{2} \right) \times \left(1 - \frac{1}{3} \right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{2000} \right) \times \\
 & \quad \left(1 - \frac{1}{2001} \right) \\
 & = 2001 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \cdots \times \frac{1999}{2000} \times \frac{2000}{2001} \\
 & = 2001 \times \frac{1}{2001} \\
 & = 1
 \end{aligned}$$

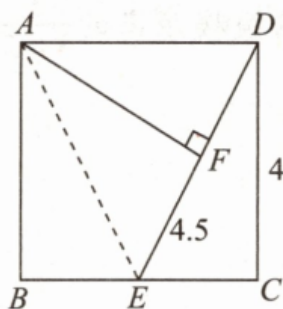
$$\begin{aligned}
 4. \quad & 1994 \times (2.4 \times 47 + 2.3) \div (2.5 \times 47 - 2.4) \\
 & = 1994 \times \frac{2.4 \times 47 + 2.3}{2.5 \times 47 - 2.4} \\
 & = 1994 \times \frac{2.4 \times 47 + 2.3}{(2.4 + 0.1) \times 47 - 2.4} \\
 & = 1994 \times \frac{2.4 \times 47 + 2.3}{2.4 \times 47 + 2.3} \\
 & = 1994 \times 1 \\
 & = 1994
 \end{aligned}$$

$$5. \quad \frac{32}{9} \quad \text{【解析】易得 } S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} S_{\text{正}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot ED \cdot AF = \frac{1}{2} \times 4 \times 4$$

$$\frac{1}{2} \times 4.5 \times AF = 8$$

$$AF = \frac{32}{9}$$



第5题图

【点拨】作辅助线,连接 AE , 可得 $S_{\triangle AED}$ 为正方形面积的一半。

三、1. 【解析】 $(125 \div 5 - 1) \times 2 = 48(\text{m})$

$$(48 + 32) \div 40 = 2(\text{min})$$

【点拨】先求出队列的长度,再根据“火车过桥”原理得, $(\text{队长} + \text{主席台长}) \div \text{速度} = \text{时间}$ 求解。

2. 【解析】甲效: $1 \div 9 = \frac{1}{9}$

$$\text{乙效: } 1 \div 12 = \frac{1}{12}$$

$$1 \div \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{12} \right) = \frac{36}{7} = 5 \frac{1}{7} \approx 5$$

$$5 \times \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{12} \right) = \frac{35}{36}$$

$$\text{剩给甲的量 } 1 - \frac{35}{36} = \frac{1}{36}$$

$$\text{甲单独的工作时间: } \frac{1}{36} \div \frac{1}{9} = \frac{1}{4}(\text{h})$$

$$\text{总时: } 2 \times 5 + \frac{1}{4} = 10 \frac{1}{4}(\text{h})$$

【点拨】把甲、乙各做 1 小时看成一个循环,5 个循环后还剩了 $1 - \frac{35}{36} = \frac{1}{36}$ 的量给甲独做。

3. 【解析】甲、乙合效: $\frac{2}{5} \div 4 = \frac{1}{10}$

$$\text{设甲效为 } x, \text{乙效为 } \frac{1}{10} - x$$

$$5 \left(\frac{1}{10} - x \right) = 1 - \frac{2}{5} - \frac{13}{30}$$

$$\frac{1}{2} - 5x = \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{1}{15}$$

$$1 \div \frac{1}{15} = 15(\text{小时})$$

【点拨】先求出甲、乙效率和,设其中一个效率为 x ,另一个为 $\frac{1}{10} - x$,再根据工效 $\times$ 工时 = 工量列方程。

4. 【解析】设原计划生产 x 台。

$$56\%x + 5040 = (1 + 16\%)x$$

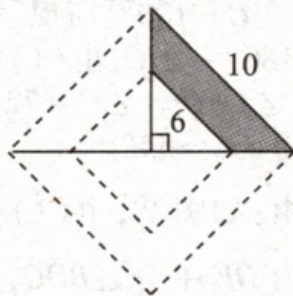
$$5040 = 1.16x - 0.56x$$

$$5040 = 0.6x$$

$$x = 8400$$

【点拨】已完成的 $+5040 = (1 + 16\%) \times \text{计划产量}$ 。

5. 【解析】如图作虚线,可得



第5题图

(空白为削出部分)

$$\begin{aligned} S_{\text{阴}} &= (S_{\text{大正}} - S_{\text{小正}}) \div 4 \\ &= (10^2 - 6^2) \div 4 \\ &= 64 \div 4 \\ &= 16(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

【点拨】把四个这样的等腰直角三角形拼成一个正方形,可得 $S_{\text{大正}} - S_{\text{小正}}$ 为4倍的阴影部分。

6. 【解析】设图中小圆的直径分别为 d_1, d_2, d_3 , 则大圆直径为 d , 且 $d = d_1 + d_2 + d_3$

$$\begin{aligned} C_{\text{小圆总和}} &= \pi d_1 + \pi d_2 + \pi d_3 \\ &= \pi(d_1 + d_2 + d_3) \\ &= \pi d \\ &= 3.14 \times 20 \\ &= 62.8(\text{cm}) \end{aligned}$$

【点拨】一个大圆内一条直径上有几个小圆, 这些小圆的周长和为大圆的周长。