

⑦1 2021 年某 JD 附中入学数学真卷(一)

(满分:100 分 时间:60 分钟)

一、计算题(每小题 4 分,共 24 分)

1. $0.5 + \left[\frac{5}{6} \times \left(0.15 + \frac{9}{20} \right) \right]$

2. $\left[\frac{1}{2} + \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{9} \right) \times \frac{9}{14} \right] + \frac{15}{16}$

3. $\left[1.65 + \left(\frac{1}{4} + 0.8 \right) - \left(0.5 + \frac{1}{3} \right) \times \frac{24}{35} \right] - \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{2} \right)$

4. $0.9 + 9.9 + 99.9 + 999.9 + 9999.9$

5. $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11}$

6. 解方程: $1 - \frac{x}{3} = \frac{8-2x}{2}$

二、填空题(每小题 3 分,共 36 分)

7. (近似数)一个数四舍五入后约等于 5 万,那么这个数最大是_____,最小是_____。

8. (分数与除法)已知 $A = \underbrace{0.00\cdots096}_{2015\text{个}0}$, $B = \underbrace{0.00\cdots03}_{2014\text{个}0}$, 则 $A \div B =$ _____。

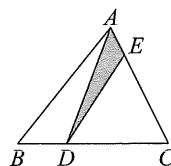
9. (定义新运算)假设 $a \star b = (a+b) \div a$, 如: $1 \star 2 = (1+2) \div 1 = 3$, 则 $2 \star 3 =$ _____。

10. (分数比较大小) $\frac{1}{7} < \frac{4}{x} < \frac{1}{2}$, x 可取的自然数有_____个。

11. (相遇问题)两地相距 198 千米,甲、乙两车同时从两地相对开出,经过 2 小时相遇。甲、乙两车的速度比是 4:5,乙车平均每小时行_____千米。

12. (分数基本性质) $\frac{7}{12}$ 的分母减少 3 后,要使分数的大小不变,分子应减少_____。

13. (三角形面积)如图,在三角形 ABC 中, $DC = 2BD$, $CE = 3AE$, 阴影部分的面积是 20 平方厘米,三角形 ABC 的面积为_____平方厘米。



第 13 题图

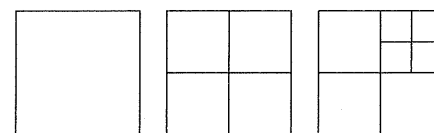
14. (小数乘法) $1.1 \times 1.2 \times 1.3 \times 1.4 \times 1.5 \times 1.6$ 的积的整数部分是_____。

15. (浓度问题)现有浓度 20% 的盐水 500 克,向其中加入 5 克盐和 20 克水后,新的盐水的浓度为_____%。

16. (列举法)若 $\frac{36}{x+1}$ 表示一个正整数,则满足要求的正整数 x 共有_____个。

17. (最小公倍数)芳芳同学布置文艺汇演场景时,设计了一个电子彩灯程序,9 分钟亮一次彩灯,整点响铃,中午 12 点既亮彩灯又响铃以后,下次在_____点既亮彩灯又响铃。

18. (找规律)探索实践:如图,用“十字形”分割正方形,分割一次,可以分成 4 个正方形;分割两次,可以分成 7 个正方形...用这样的“十字形”连续分割 3 次,可以分成_____个正方形;连续分割 n 次,可以分成_____个正方形;要分成 100 个正方形需要分割_____次。

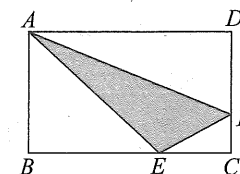


第 18 题图

三、解答题(共 40 分)

19. (分数应用)甲、乙两个食堂共有大米 2000 千克,如果甲食堂用去原有大米的 $\frac{1}{2}$,乙食堂用去 110 千克,这时两个食堂剩下的大米重量相等,乙食堂原有大米多少千克?(5 分)

20. (三角形面积)已知 $AB = 4$ cm, $AD = 7$ cm, 三角形 ABE 和三角形 ADF 的面积各占长方形 $ABCD$ 的 $\frac{1}{3}$, 求三角形 AEF 的面积。(5 分)

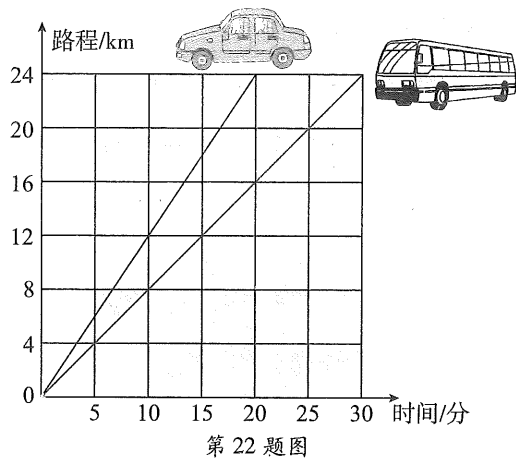


第 20 题图

21. (分数应用) 两个车间的工人去参加植树活动, 共分得一批树苗, 一车间分得的棵数比总数的 $\frac{3}{10}$ 多 80 棵, 二车间分得的棵数比总数的 $\frac{3}{5}$ 少 12 棵, 这批树苗共有多少棵? (5 分)

22. (行程问题) 小轿车和中巴车同时从 A 地出发沿同一方向开往 24 千米处的 B 地, 行驶情况如图所示。(9 分)

(1) 出发 5 分钟后两车相距多少千米?



(2) 此时, 小轿车停车加油用了 10 分钟, 然后按原速继续行驶, 最终哪辆车先到达 B 地?

(3) 请在图中画出小轿车的实际行驶路线图。

23. (分段计费) 居民用电使用“阶梯电价”与“分时电价”相结合的方式, 阶梯电价按照年度电量为单位实施, 分档电量和电价水平见表(1):(10 分)

表(1)

分档	电量水平(度/户·年)	时段	电价水平(元/度)
第一档	0 ~ 3120(含)	峰时段	0.617
		谷时段	0.307
第二档	3120 ~ 4800(含)	峰时段	0.677
		谷时段	0.337
第三档	4800 以上	峰时段	0.977
		谷时段	0.487

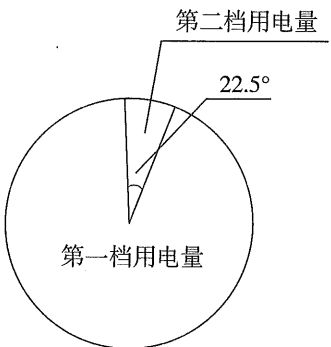
表(2)

分档	峰时段用电量(度)	谷时段用电量(度)
第一档	2120	1000
第二档	280	100

如果一户的全年用电量为 3500 度, 具体使用情况如表(2), 那么这户的全年电费支出为: $0.617 \times 2120 + 0.307 \times 1000 + 0.677 \times 280 + 0.337 \times 100 = 1838.3$ (元)

小明家 2013 年全年的用电情况如图所示, 每个月的谷时段的用电量是峰时段用电量的 $\frac{1}{3}$ 。

问: (1) 小明家 2013 年全年用电量是多少度?



(2) 小明家 12 月份的谷时段用电量为 51 度, 那么小明家 12 月份的电费为多少? (结果精确到 0.1)

(说明: 每户每月的用电量进行累积, 超过第一档使用量后的各月电费按第二档收费)

24. (最优化) 测得一盒磁带的长是 11 厘米, 宽 7 厘米, 高 3 厘米, 求这盒磁带的体积和表面积; 现有 4 盒磁带, 用不同的方式包装, 哪一种方式更省包装钱? (6 分)

$$\begin{aligned}
 \text{一、1. } & 0.5 + \left[\frac{5}{6} \times \left(0.15 + \frac{9}{20} \right) \right] \\
 &= 0.5 + \left[\frac{5}{6} \times \frac{3}{5} \right] \\
 &= 0.5 + \frac{1}{2} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. & \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{9} \right) \times \frac{9}{14} \right] + \frac{15}{16} \\
 &= \left[\frac{1}{2} + \frac{7}{18} \times \frac{9}{14} \right] + \frac{15}{16} \\
 &= \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right] + \frac{15}{16} \\
 &= \frac{8}{16} + \frac{4}{16} + \frac{15}{16} \\
 &= \frac{27}{16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. & \left[1.65 + \left(\frac{1}{4} + 0.8 \right) - \left(0.5 + \frac{1}{3} \right) \times \frac{24}{35} \right] - \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{2} \right) \\
 &= \left[1.65 + 1.05 - \frac{5}{6} \times \frac{24}{35} \right] - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) \\
 &= \left[2.7 - \frac{4}{7} \right] - 0 \\
 &= 2 \frac{9}{70}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. & 0.9 + 9.9 + 99.9 + 999.9 + 9999.9 \\
 &= (1 - 0.1) + (10 - 0.1) + (100 - 0.1) + (1000 - 0.1) + (10000 - 0.1) \\
 &= 11111 - 0.5 \\
 &= 11110.5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. & \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11} \\
 &= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \frac{1}{11} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{11} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{10}{11} \\
 &= \frac{5}{11}
 \end{aligned}$$

$$6. \quad 1 - \frac{x}{3} = \frac{8-2x}{2}$$

$$\text{解: } 6 - 2x = 3(8 - 2x)$$

$$6x - 2x = 24 - 6$$

$$4x = 18$$

$$x = \frac{9}{2}$$

二、7. 54999 45000 【解析】根据“四舍五入”来解答。

$$8. 0.32 \quad \text{【解析】} A \div B = \frac{\overbrace{0.00\cdots096}^{2015\text{个}0}}{\underbrace{0.00\cdots03}_{2014\text{个}0}} = \frac{0.096}{0.3} = 0.32$$

【点拨】把 $A \div B$ 改写成分数形式,分子、分母同时扩大或缩小 n 倍($n \neq 0$)值不变。

$$9. \frac{5}{2} \quad \text{【解析】} 2 \star 3 = (2+3) \div 2 = \frac{5}{2}$$

$$10. 19 \quad \text{【解析】} \because \frac{1}{7} < \frac{4}{x} < \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{4}{28} < \frac{4}{x} < \frac{4}{8}, 8 < x < 28$$

$\therefore x$ 可取 9~27 共 19 个。

【点拨】把 $\frac{1}{7}$ 和 $\frac{1}{2}$ 化成分子是 4 的分数,再根据分子相同,分母大的反而小,求 x 的范围。

$$11. 55 \quad \text{【解析】} 198 \div 2 \times \frac{5}{4+5} = 55 (\text{km/h})$$

【点拨】相遇路程 = 速度和 \times 相遇时间。

$$12. 1.75 \quad \text{【解析】设分子应减少 } x$$

$$\frac{7-x}{12-3} = \frac{7}{12}$$

$$12(7-x) = 63$$

$$21 = 12x$$

$$x = 1.75$$

【点拨】根据分子、分母同时变化后的值为 $\frac{7}{12}$ 列等式。

$$13. 120 \quad \text{【解析】} \because CE = 3AE, \text{即 } AE = \frac{1}{4}AC$$

$$\therefore S_{\triangle AED} = \frac{1}{4}S_{\triangle ADC} = 20 (\text{cm}^2)$$

$$\text{即 } S_{\triangle ADC} = 20 \times 4 = 80 (\text{cm}^2)$$

$$\text{又} \because DC = 2BD, \text{即 } DC = \frac{2}{3}BC$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABC} = 80 (\text{cm}^2)$$

$$\text{即 } S_{\triangle ABC} = 80 \div \frac{2}{3} = 120 (\text{cm}^2)$$

【点拨】根据高一定时,底边与面积成正比求解。

$$14. 5 \quad \text{【解析】} 1.1 \times 1.2 \times 1.3 \times 1.4 \times 1.5 \times 1.6 = 5.76576$$

【考点8】估值

在日常生活中,有些数学问题并不需要计算出准确的结果,只要求确定一个范围或算出一个大概的值,这就要估算。估算在日常生活中有着广泛的应用,它有利于人们事先把握运算结果的范围,帮助同学们加深对数及运算的理解,增强运用数的能力及运算的

灵活性,加深对结论的合理性的认识,提高处理日常数量关系的能力。而解决这类问题的有效策略是“极端化”。

(1)“极端化”指从问题的最大值、最小值、中间值、特殊值等特殊情况入手,或将运动变化的问题固定在特殊点。这样容易找出突破口,从而打开同学们的思维,使问题获得巧解。

方法一:估中间,求平均,取整数。

示例:求 B 的整数部分 $B = \frac{1}{\frac{1}{2001} + \frac{1}{2002} + \cdots + \frac{1}{2015}}$

方法二:想两头,定范围,取整数。

示例:已知 $A = 1 \frac{10}{100} + 2 \frac{10}{101} + 3 \frac{10}{102} + \cdots + 11 \frac{10}{110}$, 则

A 的整数部分是_____。

(2)利用四舍五入法:如果省略的尾数的最高位上的数字是4或者比4小,就把尾数去掉;如果省略的尾数的最高位上的数字是5或者比5大,就把尾数舍去,并向它的前一位进1。

15. 20 【解析】 $\frac{500 \times 20\% + 5}{500 + 5 + 20} = \frac{105}{525} = 20\%$

【点拨】浓度 = 溶质 ÷ 溶液, 溶质增多了5 g, 而溶液增加了(20 + 5)g。

16. 8 【解析】 $\because \frac{36}{x+1}$ 为正整数, 且 x 为正整数。

$x+1=1$ $x=0$ 舍

$x+1=2$ $x=1$

$x+1=3$ $x=2$

$x+1=4$ $x=3$

$x+1=6$ $x=5$

$x+1=9$ $x=8$

$x+1=12$ $x=11$

$x+1=18$ $x=17$

$x+1=36$ $x=35$

【点拨】 $x+1$ 必须为36的因数才能满足 $\frac{36}{x+1}$ 为整数。

17. 15 【解析】9 min 亮灯 1 h 响铃 1 h = 60 min

$[9, 60] = 180$ 180 min = 3 h 12 + 3 = 15(时)

【点拨】即找9, 60的最小公倍数。

18. 10 $3n+1$ 33 【解析】① ② ③ ... ④
4 7 10 ... $3n+1$

$3n+1=100$

$3n=99$

$n=33$

【点拨】注意在分割的时候, 剪掉的正方形变成了4个正方形, 实则多增加了3个。

三、19. 【解析】设乙原有大米 x kg, 甲原有大米 $(2000-x)$ kg

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)(2000 - x) = x - 110$$

$$1000 - \frac{1}{2}x = x - 110$$

$$1110 = \frac{3}{2}x$$

$$x = 740$$

【点拨】等量关系：甲剩下的 = 乙剩下的。

20. 【解析】 $4 \times 7 \times \frac{1}{3} = \frac{28}{3}$ (平方厘米)

$$DF = \frac{28}{3} \times 2 \div 7 = \frac{8}{3} \text{ (厘米)}$$

$$CF = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3} \text{ (厘米)}$$

$$BE = \frac{28}{3} \times 2 \div 4 = \frac{14}{3} \text{ (厘米)}$$

$$EC = 7 - \frac{14}{3} = \frac{7}{3} \text{ (厘米)}$$

$$S_{\triangle CEF} = \frac{4}{3} \times \frac{7}{3} \div 2 = \frac{14}{9} \text{ (平方厘米)}$$

$$S_{\triangle AEF} = \frac{28}{3} - \frac{14}{9} = \frac{70}{9} \text{ (平方厘米)}$$

21. 【解析】设这批树苗共有 x 棵。

$$\frac{3}{10}x + 80 + \frac{3}{5}x - 12 = x$$

$$\frac{9}{10}x + 68 = x$$

$$68 = \frac{1}{10}x$$

$$x = 680$$

【点拨】第一车间棵数 + 第二车间棵数 = 总数。

22. 【解析】(1) 轿车： $24 \div 20 = 1.2$ (km/min)

中巴： $24 \div 30 = 0.8$ (km/min)

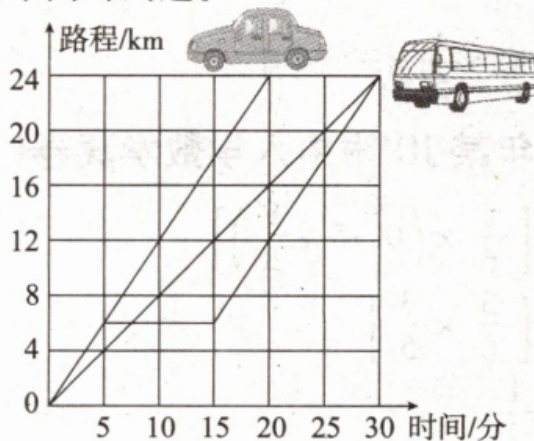
$(1.2 - 0.8) \times 5 = 2$ (km)

(2) $(24 - 1.2 \times 5) \div 1.2 = 15$ (min)

$5 + 15 + 10 = 30$ (min)

\therefore 两车同时到达。

(3)



第 22(3) 题

【点拨】(1)通过观察统计图可知,小轿车用20分钟到达,中巴车用30分钟到达,根据速度=路程÷时间,分别求出小轿车和中巴车平均每分钟行驶的速度,然后用速度差乘行驶的时间(5分钟)即可,据此列式解答。

(2)行驶5分钟后,小轿车停车加油用了10分钟,然后按原速继续行驶,最终两辆车同时到达B地。

(3)根据小轿车实际行驶的情况完成路线图。

23. **【解析】**(1) $3120 \div \left(1 - \frac{22.5}{360}\right) = 3328$ (度)

(2) $51 \div \frac{1}{3} + 51 = 204$ (度)

$3328 - 3120 = 208$ (度)

$\because 204 < 208$

\therefore 12月份电费全按照第二档计费

$0.677 \times 153 + 0.337 \times 51 = 120.768$ (元) ≈ 120.8 (元)

【点拨】(1)把小明家全年用电量看作单位“1”,根据扇形统计图中的数据可知:第一档用电量为3120度,

占用总电量的 $\left(1 - \frac{22.5}{360}\right)$,求单位“1”,用除法计算。

(2)根据谷时用电量与峰时用电量的关系,计算小明家12月份的用电量,然后根据用电量的范围,选择合适的电费,计算小明家所需电费。

24. **【解析】** $V: 11 \times 7 \times 3 = 231$ (cm^3)

$S = (11 \times 7 + 7 \times 3 + 11 \times 3) \times 2 = 262$ (cm^2)

$(44 \times 7 + 44 \times 3 + 7 \times 3) \times 2 = 922$ (cm^2)

$(22 \times 14 + 22 \times 3 + 14 \times 3) \times 2 = 832$ (cm^2)

$(28 \times 11 + 28 \times 3 + 11 \times 3) \times 2 = 850$ (cm^2)

$(11 \times 7 + 11 \times 12 + 7 \times 12) \times 2 = 586$ (cm^2)

$(22 \times 7 + 22 \times 6 + 6 \times 7) \times 2 = 656$ (cm^2)

$(11 \times 6 + 11 \times 14 + 6 \times 14) \times 2 = 608$ (cm^2)

$922 > 850 > 832 > 656 > 608 > 586$

把这四盒磁带拼成长、宽、高分别为11,7,12的长方体包装最省钱。